ISCTE – Licenciatura de Finanças
***Investimentos* 2000-2001**
Exame - Resolução
09/07/2001 **Duração: 2.5h + 0.5h**

<u>CASO 1</u> (2x1.5=3 valores)

a) Sim. Considere-se, por exemplo, uma combinação $0\% < w_f, w_M < 100\%$ entre o activo sem risco e a carteira cópia do mercado. Trata-se claramente de uma carteira completamente diversificada, sendo o seu desvio-padrão de rentabilidade dado por:

$$\sigma = \sqrt{w_M^2 \sigma_M^2} = w_M \sigma_M < \sigma_M .$$

b) Afirmação falsa. Quanto maior for a frequência do cupão (i.e., o nº de vezes em que o cupão é liquidado num ano) de uma obrigação a taxa variável, mais rapidamente o indexante é ajustado face ao nível de taxas de juro prevalecente em mercado, e portanto menor é o impacto das variações das taxas de juro sobre o preço da obrigação (ou seja, menor é a *duration* da obrigação).

c) Afirmação falsa. Uma *spot yield curve* com inclinação positiva pressupõe a existência de uma expectativa no mercado de subida das taxas de juro (taxas *forward* superiores às actuais taxas de juro *spot*). Deste modo, parece fazer sentido privilegiar aplicações financeiras a taxa variável, por forma a tentar tirar partido de tal expectativa de subida das taxas de juro. Contudo, tal opção só será vantagosa caso as taxas *spot* futuras superem as actuais taxas *forward*. Ou seja, a decisão entre taxa fixa ou taxa variável depende não apenas da expectativa do mercado (traduzida via taxas *forward*) mas sim da sua comparação com a expectativa de evolução das taxas de juro por parte do gestor.

<u>CASO 2</u> (4 valores)

a) $i_{(12)} \equiv$ Taxa de juro efectiva mensal:

$$\left[1 + i_{(12)}\right]^3 = 1 + 1.5075\% \Rightarrow i_{(12)} = (1.015075)^{1/3} - 1 \cong 0.5\%.$$

$T \equiv$ prestação mensal:

$$500{,}000 = T + T \times \ddot{A}_{36|0.5\%} + \frac{25{,}000}{(1+0.5\%)^{36}}$$

$$\Leftrightarrow T = \frac{500{,}000 - \dfrac{25{,}000}{(1+0.5\%)^{36}}}{1 + \dfrac{1-(1.005)^{-36}}{0.005} \times (1.005)} \cong \text{EUR}14{,}076.79$$

Mapa de serviço da dívida:

Mapa de Serviço da Dívida

k (trimestres)	A_{k-1}	T	I_k	R_k	A_k
0	500,000.00	28,153.58		28,153.58	471,846.42
1	471,846.42	14,076.79	2,359.23	11,717.56	460,128.86
2	460,128.86	14,076.79	2,300.64	11,776.15	448,352.72

Sendo, por exemplo:

$A_1 = 471{,}846.42 - 11{,}717.56;$
$I_2 = 460{,}128.86 \times 0.5\%;$ e
$R_2 = 14{,}076.79 - 2{,}300.64.$

b)

Taxa de juro efectiva anual do Empréstimo Bancário:

$$i = \frac{\text{EUR}30{,}000}{\text{EUR}500{,}000} = 6\%.$$

Taxa de juro efectiva anual do contracto de Leasing:

$$i = (1 + 0.5\%)^{12} - 1 \cong 6.17\% < 6\%.$$

Conclusão: o Empréstimo Bancário é mais barato.

<u>CASO 3</u> (7 valores)

a)

Via *bootstrapping*:

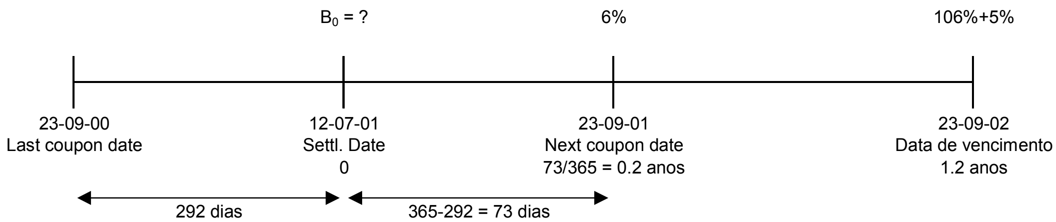
$$98.91\% = \frac{100\%}{[1 + r(0{,}0.25)]^{0.25}} \Rightarrow r(0{,}0.25) \cong 4.48\%.$$

$$99.28\% = \frac{104\%}{[1 + r(0{,}1)]^{1}} \Rightarrow r(0{,}1) \cong 4.75\%.$$

$$99.11\% = \frac{5\%}{1 + 4.75\%} + \frac{105\%}{[1 + r(0{,}2)]^{2}} \Rightarrow r(0{,}2) \cong 5.50\%.$$

b)

Settlement date = 09/07/01 + 3 dias de calendário = 12/07/01.



Portanto,

$$B_0 = \frac{6\%}{[1+r(0,0.2)]^{0.2}} + \frac{111\%}{[1+r(0,1.2)]^{1.2}}$$

A taxa spot a 0.2 anos pode ser obtida via extrapolação linear:

$$r(0,0.2) \approx 4.48\% + (4.75\% - 4.48\%) \times \frac{0.2-0.25}{1-0.25} \cong 4.462\%.$$

A taxa spot a 1.2 anos pode ser obtida via interpolação linear:

$$r(0,1.2) \approx 4.75\% + (5.5\% - 4.75\%) \times \frac{1.2-1}{2-1} \cong 4.90\%.$$

Então:

$$B_0 = \frac{6\%}{[1+4.462\%]^{0.2}} + \frac{111\%}{[1+4.9\%]^{1.2}} \cong 110.76\%.$$

$$AI = 6\% \times \frac{292}{365} = 4.8\%.$$

Decisão:

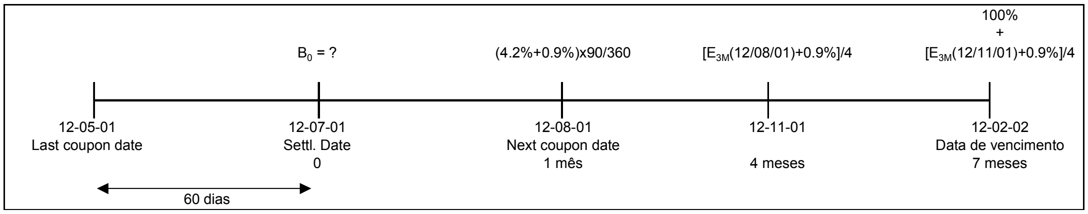
$$VT_0^{bid} = 105.80\% + 4.80\% = 110.60\% < B_0 \Rightarrow \text{ Não vender;}$$

$$VT_0^{ask} = 105.90\% + 4.80\% = 110.70\% < B_0 \Rightarrow \text{Não comprar.}$$

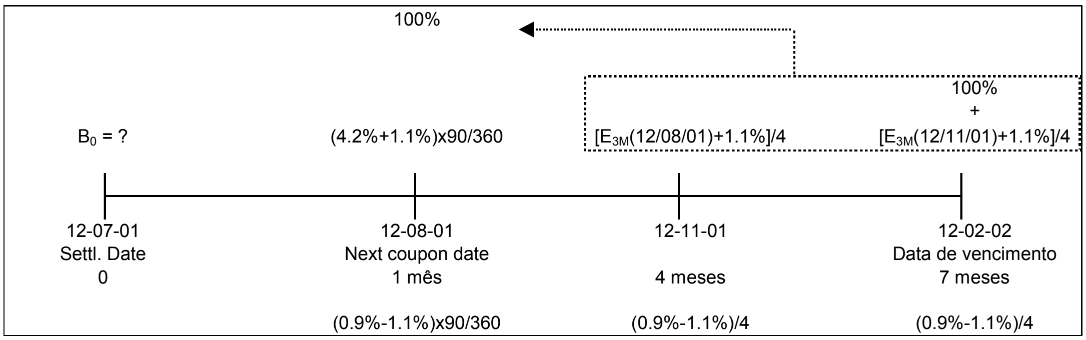
c)

Taxa do próximo cupão = 5.1% $\Rightarrow$ Euribor a 3 meses no dia 12/05/2001 = 5.1%-0.9% = 4.2%.

Pretende-se avaliar uma FRN com os seguintes *cash flows* futuros:



Tal é equivalente a considerar a seguinte decomposição de *cash flows* futuros:



$$
\begin{aligned}
B_0 &= \frac{100\% + \frac{4.2\% + 1.1\%}{4}}{1 + (4.5\% + 1.1\%) \times \frac{1}{12}} \\
&+ \frac{0.9\% - 1.1\%}{4} \times \left[\left(1 + 5.6\% \times \frac{1}{12}\right)^{-1} + \left(1 + (4.75\% + 1.1\%) \times \frac{4}{12}\right)^{-1} + \left(1 + (5\% + 1.1\%) \times \frac{7}{12}\right)^{-1} \right] \\
&= 100.85\% - 0.15\% = 100.71\%.
\end{aligned}
$$

$$
\mathrm{AI} = 5.1\% \times \frac{60}{360} = 0.85\%.
$$

Decisão:

$$
\mathrm{VT}_0^{\mathrm{bid}} = 99.90\% + 0.85\% = 100.75\% > B_0 \Rightarrow \text{ Vender;}
$$

$$
\mathrm{VT}_0^{\mathrm{ask}} = 99.95\% + 0.54\% = 100.80\% > B_0 \Rightarrow \text{ Não comprar.}
$$

d)

Duração de *Fisher-Weil* da OT 6% 23/09/2002:

$$
\mathrm{DW}_{\mathrm{OT}} = \frac{0.2 \times \frac{6\%}{[1 + 4.462\%]^{0.2}} + 1.2 \times \frac{111\%}{[1 + 4.9\%]^{1.2}}}{110.76\%} \cong 1.15 \text{ anos.}
$$

Seja:
$w_{OT} \equiv$ peso relativo a atribuir à OT 6% 23/09/2002; e
$w_{Act} \equiv$ peso relativo a atribuir à composição actual da carteira do Fundo.

Então,

$$\begin{cases} 10w_{Act} + 1.15w_{OT} = 8 \\ w_{Act} + w_{OT} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 10w_{Act} + 1.15(1 - w_{Act}) = 8 \\ w_{OT} = 1 - w_{Act} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} w_{Act} = \dfrac{8 - 1.15}{10 - 1.15} \cong 77.40\% \\ w_{OT} = 100\% - 77.40\% \cong 22.60\% \end{cases}$$

Conclusão:

- Comprar OTs 6% 23/09/2002 com um valor de equlíbrio igual a EUR2,000,000 x 22.60% = EUR452,000, ou seja, com um valor nominal igual a $\dfrac{\text{EUR}452{,}000}{110.76\%} \cong \text{EUR}408{,}090$; e
- Para o efeito, há que vender uma parcela da actual carteira com um valor de mercado igual a EUR408,090 x 110.70% = EUR451,756.

<u>CASO 4</u> (6 valores)

a)

$$E(r_p) = 5\% \times 0.45 + 10\% \times 0.2 + 20\% \times 0.3 + 3\% \times 0.05 \cong 10.4\%.$$

$$\begin{aligned} \sigma_p^2 &= (0.45 \times 0.03)^2 + (0.2 \times 0.25)^2 + (0.3 \times 0.15)^2 + 0 \\ &\quad + 2 \times 0.45 \times 0.2 \times 0.03 \times 0.25 \times (-0.3) \\ &\quad + 2 \times 0.45 \times 0.3 \times 0.03 \times 0.15 \times 0.5 \\ &\quad + 2 \times 0.2 \times 0.3 \times 0.25 \times 0.15 \times 0.1 \\ &= 0.00535975. \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sigma_p \cong 7.321\%$$

b)

Visto que a carteira do Fundo GN integra o “activo sem risco” (a componente “liquidez” possui um desvio-padrão de rentabilidade igual a zero), a actual composição só é eficiente se estiver localizada sobre a fronteira eficiente global (ao invés da fronteira eficiente de Markowitz).

Para definir a fronteira eficiente global é necessário determinar a “carteira de tangência” T.

Inclinação da fronteira eficiente global: $\dfrac{E(r_T) - 3\%}{\sigma_T}$.

Inclinação da fronteira eficiente de Markowitz:

$$\left.\frac{\partial E(r_p)}{\sigma_p}\right|_{p\equiv T} = \left[\frac{2\times 0.8382E(r_p)-0.0670}{2\sqrt{0.8382E(r_p)^2-0.0670E(r_p)+0.002}}\right]^{-1}_{p\equiv T}.$$

Igualando as duas inclinações:

$$\left[\frac{2\times 0.8382E(r_T)-0.0670}{2\sqrt{0.8382E(r_T)^2-0.0670E(r_T)+0.002}}\right]^{-1} = \frac{E(r_T)-0.03}{\sqrt{0.8382E(r_T)^2-0.0670E(r_T)+0.002}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2\left[0.8382E(r_T)^2-0.0670E(r_T)+0.002\right]}{2\times 0.8382E(r_T)-0.0670} = E(r_T)-0.03$$

$$\Leftrightarrow 2\left[0.8382E(r_T)^2-0.0670E(r_T)+0.002\right]$$
$$= 2\times 0.8382E(r_T)^2-0.03\times 2\times 0.8382E(r_T)-0.0670E(r_T)+0.03\times 0.067$$

$$\Leftrightarrow E(r_T) = \frac{0.03\times 0.067-2\times 0.002}{-2\times 0.0670+0.03\times 2\times 0.8382+0.0670} \cong 11.91\%.$$

Portanto,

$$\sigma_T = \sqrt{0.8382\times(0.1191)^2-0.0670\times 0.1191+0.002} \cong 7.688\%.$$

Equação da fronteira eficiente global:

$$E(r_p) = 3\% + \frac{11.91\%-3\%}{7.688\%}\times\sigma_p.$$

Assim, a actual composição só é eficiente sse a anterior equação for verificada:

$$10.4\% = 3\% + \frac{11.91\%-3\%}{7.688\%}\times 7.321\%.$$

$$\Leftrightarrow 10.4\% = 11.48\%.$$

Visto a anterior proposição ser falsa, conclui-se que a actual composição é ineficiente. De facto, para igual nível de risco (7.321%) é possível obter um maior nível de rentabilidade esperada (11.48% > 10.4%).

c)

Seja:

$w_O^T \equiv$ peso relativo da componente obrigações na carteira de tangência;

$w_A^T \equiv$ peso relativo da componente acções na carteira de tangência; e
$w_I^T \equiv$ peso relativo da componente imobiliário na carteira de tangência.

Então, estes pesos relativos têm de ser tais que sejam obtidos mediante a solução do seguinte sistema de 3 equações a 3 incógnitas:

- $11.91\% = 5\% \times w_O^T + 10\% \times w_A^T + 20\% \times w_I^T$
- $$\begin{aligned}\sigma_p^2 &= \left(w_O^T \times 0.03\right)^2 + \left(w_A^T \times 0.25\right)^2 + \left(w_I^T \times 0.15\right)^2 \\ &+ 2 \times w_O^T \times w_A^T \times 0.03 \times 0.25 \times (-0.3) \\ &+ 2 \times w_O^T \times w_I^T \times 0.03 \times 0.15 \times 0.5 \\ &+ 2 \times w_A^T \times w_I^T \times 0.25 \times 0.15 \times 0.1\end{aligned}$$
- $w_O^T + w_A^T + w_I^T = 1$

d)

β_A : $10\% = 3\% + (13\% - 3\%) \times \beta_A$

$\Rightarrow \beta_A = 0.7.$

$$\beta_A = \frac{\sigma_{A,M}}{\sigma_M^2} \Rightarrow \frac{\sigma_{A,M}}{(0.3)^2} = 0.7 \Leftrightarrow \sigma_{A,M} = 0.063.$$

Portanto,

$$\rho_A = \frac{\sigma_{A,M}}{\sigma_A \sigma_M} = \frac{0.063}{0.25 \times 0.3} = 0.84.$$