ISCTE – Licenciatura de Finanças
Investimentos 2001-2002 – Exame 1ª Época
Resolução

13/07/2002 **Duração: 2.5h + 0.5h**

<u>CASO 1</u> (2x1.5=3 valores)

a) Comente a seguinte afirmação e classifique-a como sendo verdadeira ou falsa: "Quando o M-squared de uma carteira é nulo, então o seu índice de Sharpe é igual a 1".

$$M_p^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\frac{\sigma_M}{\sigma_p} r_p + \left(1 - \frac{\sigma_M}{\sigma_p}\right) r_f\right] - r_M = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{r_p - r_f}{\sigma_p} = \frac{r_M - r_f}{\sigma_M}.$$

Quando o M-squared de uma carteira é nulo, então o seu índice de Sharpe é igual ao índice de Sharpe do mercado (o qual pode ser diferente de 1). Afirmação falsa.

b) Comente a seguinte afirmação e classifique-a como sendo verdadeira ou falsa: "O modelo de Gordon não pode ser aplicado quando a *security market line* possui inclinação negativa"

A inclinação da SML é igual a $[E(r_M) - r_f]$. Portanto, quando a *security market line* possui inclinação negativa, então $r = r_f + [E(r_M) - r_f] \times \beta < r_f$.

Como o modelo de Gordon requer que g<r, então o modelo de Gordon pode ainda ser aplicado desde que g<rf.

Afirmação falsa.

c) Admita existirem Bilhetes do Tesouro a 1 e 2 anos, cotados a 97.09% e 93.35%, respectivamente. Formule uma estratégia de cobertura para um contracto que promete pagar daqui a 2 anos o valor da Euribor a 1 ano a vigorar daqui a 1 ano sobre um capital de EUR100,000. Qual o custo de implementação de tal estratégia?

Estratégia de cobertura:

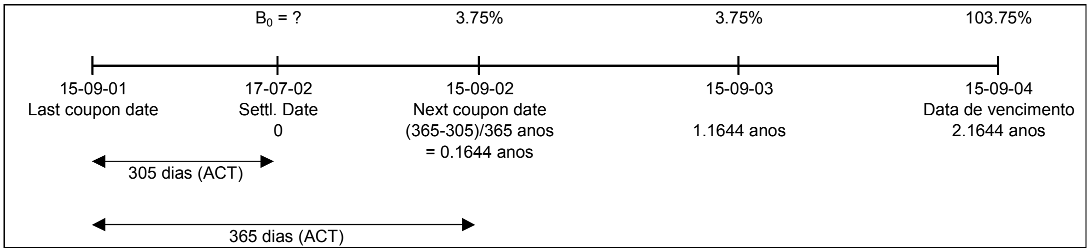
	0	1 ano	2 anos
Vender BT a 2 anos	93.35%		-100%
Comprar BT a 1 ano e, daqui a 1 ano	-97.09%	100%	
Reinvestir a 1 ano		-100%	100% + E(1,2)
total	-3.74%	0	E(1,2)

Custo de implementação = 3.74% x EUR100,000.

<u>CASO 2</u> (7 valores)

a)

Settlement date = 12/07/02 + 5 dias de calendário = 17/07/02.



Portanto,

$$B_0 = \frac{3.75\%}{[1+r(0,0.1644)]^{0.1644}} + \frac{3.75\%}{[1+r(0,1.1644)]^{1.1644}} + \frac{103.75\%}{[1+r(0,2.1644)]^{2.1644}}$$

As taxa spot, sem risco, podem ser obtidas via interpolação ou extrapolação linear:

$$r(0,0.1644) \approx 2.75\% + (3\% - 2.75\%) \times \frac{0.1644 - 0.25}{05 - 0.25} \cong 2.664\%;$$

$$r(0,1.1644) \approx 3.5\% + (4\% - 3.5\%) \times \frac{1.1644 - 1}{2 - 1} \cong 3.582\%; \text{ e}$$

$$r(0,2.1644) \approx 4\% + (4.25\% - 4\%) \times \frac{2.1644 - 2}{3 - 2} \cong 4.041\%.$$

Então:

$$B_0 = \frac{3.75\%}{[1+2.664\%]^{0.1644}} + \frac{3.75\%}{[1+3.582\%]^{1.1644}} + \frac{103.75\%}{[1+4.041\%]^{2.1644}} \cong 102.56\%.$$

$$AI = 3.75\% \times \frac{305}{365} \cong 3.13\%.$$

Decisão:

$$VT_0^{bid} = 99.30\% + 3.13\% = 102.43\% < B_0 \Rightarrow \text{ Não vender;}$$

$$VT_0^{ask} = 99.40\% + 3.13\% = 102.53\% < B_0 \Rightarrow \text{ Comprar.}$$

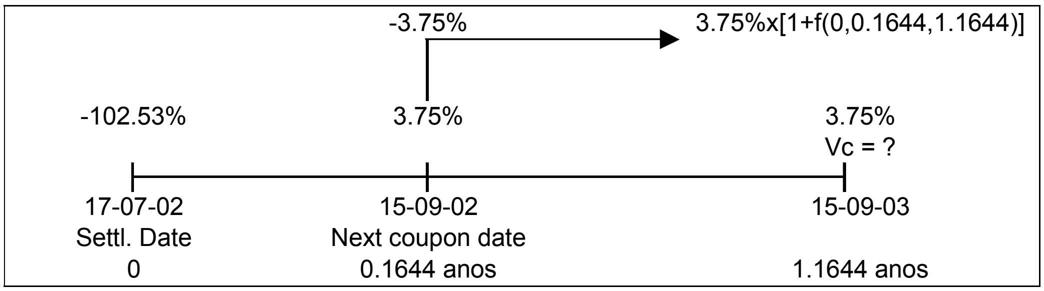
b)

Duração de Fisher-Weil:

$$\mathrm{DFW} = \frac{0.1644 \times \frac{3.75\%}{[1+2.664\%]^{0.1644}} + 1.1644 \times \frac{3.75\%}{[1+3.582\%]^{1.1644}} + 2.1644 \times \frac{103.75\%}{[1+4.041\%]^{2.1644}}}{102.56\%}$$

$\cong 2.06$ anos.

c)



Assumindo estabilidade de taxas de juro:

$r(0.1644, 1.1644) = f(0, 0.1644, 1.1644)$:

$$(1+3.582\%)^{1.1644} = (1+2.664\%)^{0.1644}[1+f(0,0.1644,1.1644)] \Rightarrow f(0,0.1644,1.1644) \cong 3.734\%.$$

Portanto, Vc:

$$102.53\% \times (1+4\%)^{1.1644} = \mathrm{Vc} + 3.75\% + 3.75\% \times (1+3.734\%) \Rightarrow \mathrm{Vc} \cong 99.68\%.$$

d)

d.1) Exequibilidade da estratégia

Valor acumulado (daqui a 1.5 anos) da carteira caso se prossiga a estratégia de imunização:

$$\mathrm{EUR}1{,}893{,}000 \times [1 + r(0,1.5)]^{1.5}.$$

Visto que

$$r(0,1.5) \approx 3.5\% + (4\% - 3.5\%) \times \frac{1.5-1}{2-1} \cong 3.75\%, \text{ então}$$

$$\mathrm{EUR}1{,}893{,}000 \times [1+3.75\%]^{1.5} = \mathrm{EUR}2{,}000{,}473 > \mathrm{EUR}2\mathrm{M}.$$

Estratégia exeqüível.

d.2) Medidas correctivas

É necessário que a duração da carteira seja igual ao tempo em falta para o vencimento da responsabilidade (1.5 anos).

Seja:

$w_{OT} \equiv$ percentagem a desviar da carteira para a OT da alínea a).

Então:

$$1.5 = 2.06w_{OT} + 1.2(1 - w_{OT}) \Rightarrow w_{OT} \cong 34.88\%.$$

É necessário:

i) Vender uma parcela da carteira actual correspondente a um valor de mercado igual a EUR1,893,000x34.88%;

ii) Comprar a OT 3.75% 15/09/04 com um valor nominal igual a $\dfrac{\text{EUR1,893,000x34.88\%}}{102.53\%}$.

d.3) Rentabilidade estimada

TRR: EUR1,813,204 x $(1+\text{TRR})^{2.5}$ = EUR1,893,000 x $(1+3.75\%)^{1.5}$

$\text{TRR} \cong 4.01\%$

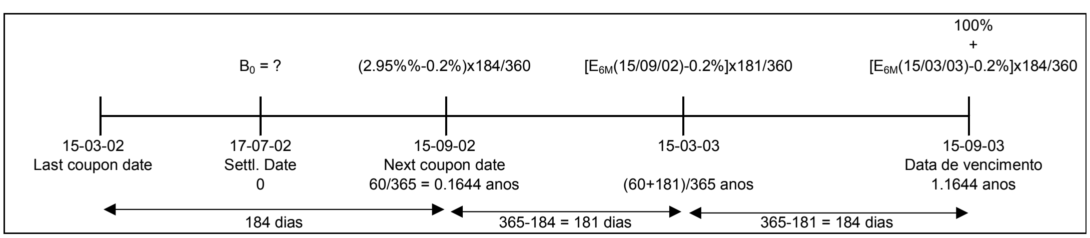
e)

Settlement date = 12/07/02 + 5 dias de calendário = 17/07/02.

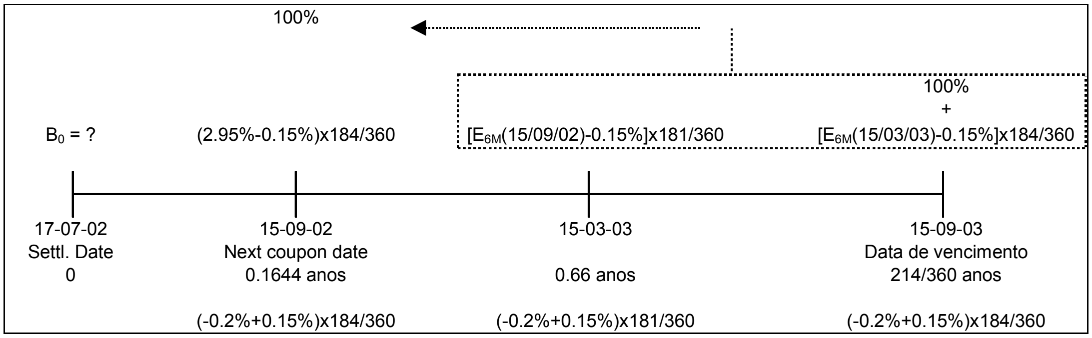
Taxa do próximo cupão = 2.75% $\Rightarrow$ Euribor a 6 meses no dia 15/03/2002 = 2.75%+0.2% = 2.95%.

Credit spread entre Tesouro e mercado interbancário = - 0.15%.

Pretende-se avaliar uma FRN com os seguintes *cash flows* futuros:



Tal é equivalente a considerar a seguinte decomposição de *cash flows* futuros:



$$
\begin{aligned}
B_0 = {} & \frac{100\% + (2.95\% - 0.15\%) \times \frac{184}{360}}{(1 + 2.664\%)^{0.1644}} \\
& + \frac{(-0.2\% + 0.15\%) \times \frac{184}{360}}{(1 + 2.664\%)^{0.1644}} + \frac{(-0.2\% + 0.15\%) \times \frac{181}{360}}{[1 + r(0{,}0.66)]^{0.66}} + \frac{(-0.2\% + 0.15\%) \times \frac{184}{360}}{(1 + 3.582\%\%)^{1.1644}}.
\end{aligned}
$$

Via interpolação linear,

$$r(0{,}0.66) \approx 3\% + (3.5\% - 3\%) \times \frac{0.66 - 0.5}{1 - 0.5} \cong 3.16\%.$$

Portanto,

$$B_0 = 100.96\% - 0.07\% = 100.89\%.$$

<u>CASO 3</u> (6 valores)

a)

$$E(r_p) = 4\% \times 0.5 - 10\% \times 0.1 + 5\% \times 0.3 + 2\% \times 0.1 \cong 2.7\%;$$

$$
\begin{aligned}
\sigma_p^2 = {} & (0.5 \times 0.03)^2 + (0.2 \times 0.2)^2 + (0.2 \times 0.05)^2 \\
& + 2 \times 0.0.5 \times 0.2 \times 0.03 \times 0.2 \times (-0.1) \\
& + 2 \times 0.2 \times 0.2 \times 0.2 \times 0.05 \times 0.05
\end{aligned}
$$

$$\Leftrightarrow \sigma_p^2 = 0.00082 \Rightarrow \sigma_p \cong 2.864\%.$$

b)

$$E(r_T) = 4\% \times 0.6765 - 10\% \times 0.095 + 5\% \times 0.4185 \cong 5.748\%.$$

$$\sigma_T = \sqrt{1.820013 \times (0.05748)^2 - 0.142642 \times 0.05748 + 0.003434} \cong 3.533\%.$$

Fronteira Eficiente Global:

$$E(r_p) = 2\% + \frac{5.748\% - 2\%}{3.533\%} \sigma_p$$

$$\Rightarrow 2.7\% = 2\% + \frac{5.748\% - 2\%}{3.533\%} \times 2.864\%$$

$$\Leftrightarrow 2.7\% = 5.038\% \Leftrightarrow \text{false}.$$

Carteira não eficiente.

c)

$$\begin{cases} 7\% = 5.748\% w_T + 2\% w_f \\ w_T + w_f = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} w_T \cong 133.40\% \\ w_f = -33.40\% \end{cases}$$

Carteira óptima:

i) Financiamento à taxa de juro sem risco no valor de 33.40% da carteira; e
ii) Investimento na carteira de tangência de 133.40% do valor da carteira, ou seja:
    a. Investir 1.3340x67.65% em obrigações,
    b. Vender 1.3340x9.5% de acções, e
    c. Investir 1.3340x41.85% em imobiliário.

d)

$$-0.15 = \frac{-0.1 - 0.02}{\beta_p} \Rightarrow \beta_p = 0.8.$$

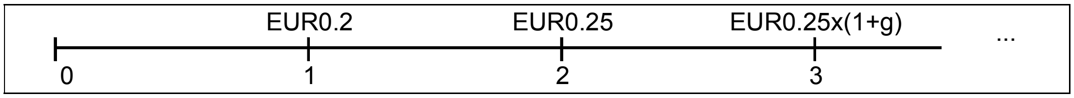
$$(0.2)^2 = (0.8)^2 (0.18)^2 + \sigma^2_{\varepsilon_p}$$

$$\Rightarrow \sigma^2_{\varepsilon_p} \cong 0.019264 \Rightarrow \sigma_{\varepsilon_p} \cong 13.88\%$$

<u>CASO 4</u> (4 valores)

a)

Cash flows futuros:



Taxas de rentabilidade a exigir para a acção (via SML):

$r_{EVN} = 3\% + 4\% \times 0.6 = 5.4\%.$

Portanto,

$$7.17 = \frac{0.2}{1+5.4\%} + \frac{\frac{0.25}{5.4\% - g}}{1+5.4\%} \Rightarrow g \cong 2\%.$$

b)

$$\sigma_{\varepsilon} = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sigma_{EVN} = 0.6 \times 22\% \\ \\ \sigma_{ESC} = 0.8 \times 22\% \end{cases}$$

$r_{ESC} = 3\% + 4\% \times 0.8 = 6.2\%.$

$$U_{EVN} = U_{ESC} \Rightarrow 5.4\% - \frac{A}{2}(0.6 \times 0.22)^2 = 6.2\% - \frac{A}{2}(0.8 \times 0.22)^2 \Rightarrow A \cong 1.18.$$

c)

$$E(r_M) - r_f = 4\% \underset{r_f = 3\%}{\Rightarrow} E(r_M) = 7\%.$$

Fronteira eficiente (CML):

$$E(r_p) = 3\% + \frac{7\% - 3\%}{22\%}\sigma_p$$

Carteira óptima:

$$\underset{\{E(r_p),\sigma_p\}}{MAX} \quad U \equiv \ln\left[E(r_p) - \frac{1.18}{2}\sigma_p^2\right]$$

Sujeito a

$$E(r_p) = 3\% + 0.18(18)\sigma_p$$

$$\Updownarrow$$

$$\underset{\{E(r_p),\sigma_p,\lambda\}}{MAX} \quad L \equiv \left[E(r_p) - \frac{1.18}{2}\sigma_p^2\right] + \lambda\left[E(r_p) - 3\% - 0.18(18)\sigma_p\right]$$

Condições de primeira ordem:

$$\frac{\partial L}{\partial E(r_p)} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{E(r_p) - \frac{1.18}{2}\sigma_p^2} + \lambda = 0$$

$$\Leftrightarrow \lambda = -\frac{1}{E(r_p) - \frac{1.18}{2}\sigma_p^2}.$$

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma_p} = 0 \Leftrightarrow \frac{-1.18\sigma_p}{E(r_p) - \frac{1.18}{2}\sigma_p^2} + \lambda \times (-0.1818) = 0$$

$$\Rightarrow \frac{-1.18\sigma_p + 0.18(18)}{E(r_p) - \frac{1.18}{2}\sigma_p^2} = 0$$

$$\Rightarrow \sigma_p = \frac{0.18(18)}{1.18} \cong 15.407\%.$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Leftrightarrow E(r_p) = 3\% + 0.18(18) \times 15.407\% \cong 0.20\%.$$