ISCTE – Licenciatura de Finanças
***Investimentos* 2000-2001**
Exame 2ª Época - Resolução
11/09/2001 Duração: 2.5h + 0.5h

<u>CASO 1</u> (2x1.5=3 valores)

a) Para receber, daqui a 2 anos, um cash flow igual à Euribor a 1 ano em vigor daqui a 1 ano, basta hoje vender uma obrigação de cupão zero com vencimento a 2 anos (e valor nominal unitário) e, simultaneamente, comprar uma obrigação de cupão zero com vencimento a 1 ano (e valor nominal também unitário). Daqui a 1 ano, haverá apenas que reinvestir novamente em obrigação de cupão zero com vencimento a 1 ano (e valor nominal unitário). Conseqüentemente, o valor actual de um cash flow igual à Euribor a 1 ano em vigor daqui a 1 ano corresponde ao simétrico do investimento associado à estratégia anteriormente descrita, ou seja, a $P(0,1) - P(0,2)$.

b) Sse: i) o valor de transacção for igual ao valor de equilíbrio da obrigação; ii) as taxas de reinvestimento dos cash flows intermédios corresponderem às actuais taxas de juro forward; e iii) a obrigação for mantida em carteira até à sua data de vencimento.

c) Afirmação falsa. Uma carteira eficiente é aquela que optimiza o binómio rentabilidade-risco. Uma carteira pertencente à *Capital Market Line* consiste numa combinação entre o activo sem risco e a carteira cópia de mercado. Assim, uma carteira eficiente só é necessariamente uma combinação entre o activo sem risco e a carteira cópia de mercado desde que sejam verificados os pressupostos do CAPM, nomeadamente: existência de expectativas homogéneas e igual taxa de juro sem risco para todos os investidores. Ora tal não sucede no mundo real.

<u>CASO 2</u> (4 valores)

a) $i_{(2)} \equiv$ Taxa de juro efectiva semestral:

$$\left[1 + i_{(2)}\right]^2 = 1 + 6.09\% \Rightarrow i_{(2)} = \sqrt{1.0609} - 1 \cong 3\%.$$

$T \equiv$ prestação mensal:

$$100{,}000 = T \times 2 / \ddot{A}_{10|3\%} + \frac{T}{(1+3\%)^{11}}$$

$$\Leftrightarrow T = \frac{100{,}000}{\frac{1-(1.03)^{-10}}{0.03} \times (1.03)^{-2} \times (1.03) + \frac{1}{(1+3\%)^{11}}} \cong \text{EUR}11{,}105.96$$

Mapa de serviço da dívida:

Mapa de Serviço da Dívida

k (semestres)	A_{k-1}	T	I_k	R_k	A_k
0	100,000.00	-		-	100,000.00
1	100,000.00	-	-	-	103,000.00
2	103,000.00	11,105.96	3,090.00	8,015.96	94,984.04
3	94,984.04	11,105.96	2,849.52	8,256.44	86,727.60
4	86,727.60	11,105.96	2,601.83	8,504.13	78,223.47
5	78,223.47	11,105.96	2,346.70	8,759.26	69,464.21
6	69,464.21	11,105.96	2,083.93	9,022.03	60,442.18
7	60,442.18	11,105.96	1,813.27	9,292.69	51,149.49
8	51,149.49	11,105.96	1,534.48	9,571.48	41,578.01
9	41,578.01	11,105.96	1,247.34	9,858.62	31,719.39
10	31,719.39	11,105.96	951.58	10,154.38	21,565.01
11	21,565.01	22,211.92	646.95	21,564.97	0.04

Sendo, por exemplo:

$A_1 = 100{,}000 \times 1.03;$
$A_2 = 103{,}000 - 8{,}015.96;$
$I_2 = 103{,}000 \times 3\%;$ e
$R_2 = 11{,}105.96 - 3{,}090.00.$

b)

Seja $n \equiv$ número mínimo de prestações constantes a acordar com a instituição bancária tal que $T \leq 8{,}000$.

$$n: \quad \frac{100{,}000}{\frac{1-(1.03)^{-n}}{0.03} \times (1.03)^{-2} \times (1.03)} \leq 8{,}000 \Leftrightarrow 100{,}000 \leq 8{,}000 \times \frac{1-(1.03)^{-n}}{0.03} \times (1.03)^{-1}$$

$$\Leftrightarrow 1-(1.03)^{-n} \geq 0.38625 \Leftrightarrow (1.03)^{-n} \leq 0.61375 \Leftrightarrow -n \leq \log_{1.03}(0.61375) \Leftrightarrow n \geq -\frac{\ln(0.61375)}{\ln(1.03)}$$

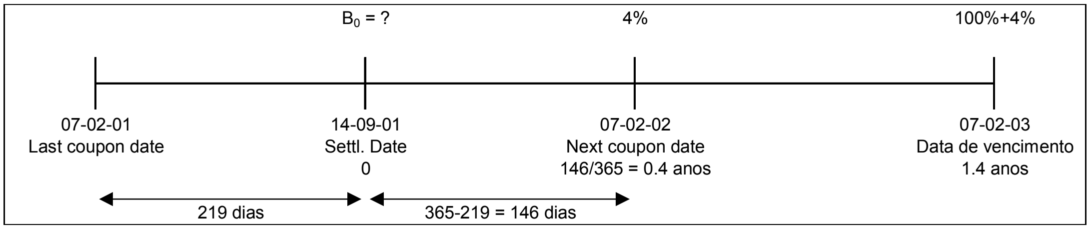
$$\Leftrightarrow n \geq 16.52.$$

Portanto, terão de existir pelo menos 17 prestações constantes de capital e juros.

<u>CASO 3</u> (7 valores)

a)

Settlement date = 11/09/01 + 3 dias de calendário = 14/09/01.



Portanto,

$$B_0 = \frac{4\%}{[1+r(0,0.4)]^{0.4}} + \frac{104\%}{[1+r(0,1.4)]^{1.4}}$$

A taxa spot a 0.4 anos pode ser obtida via *bootstrapping*:

$$100.75\% + 6\% \times \frac{219}{365} = \frac{106\%}{[1+r(0,0.4)]^{0.4}} \Rightarrow r(0,0.4) = \left(\frac{106\%}{100.75\% + 6\% \times \frac{219}{365}} \right)^{1/0.4} - 1 \cong 4\%.$$

A taxa spot a 1.4 anos pode ser obtida via interpolação linear:

$$r(0,1.4) \approx 4.5\% + (5.25\% - 4.5\%) \times \frac{1.4-1}{2-1} \cong 4.8\%.$$

Então:

$$B_0 = \frac{4\%}{[1+4\%]^{0.4}} + \frac{104\%}{[1+4.8\%]^{1.4}} \cong 101.33\%.$$

b)

Considerando a *yield offer*,

$$VT_0^{ask} = \frac{4\%}{(1+4.89\%)^{0.4}} + \frac{104\%}{(1+4.89\%)^{1.4}} \cong 101.20\%.$$

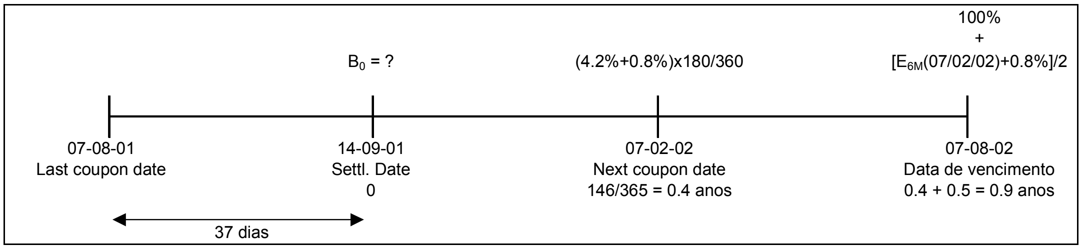
Decisão:

$$VT_0^{ask} < B_0 \Rightarrow \text{Comprar.}$$

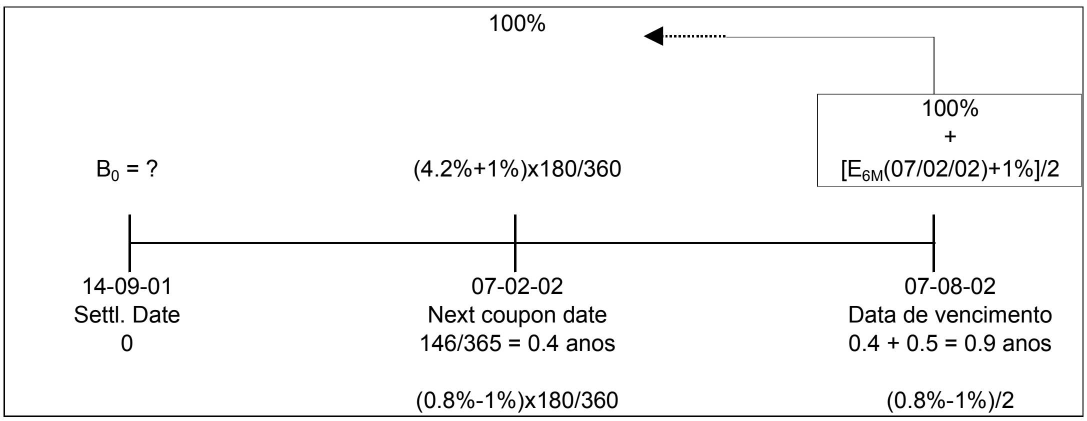
c)

Taxa do próximo cupão = 5.0% $\Rightarrow$ Euribor a 6 meses no dia 07/08/2001 = 5.0%-0.8% = 4.2%.

Pretende-se avaliar uma FRN com os seguintes *cash flows* futuros:



Tal é equivalente a considerar a seguinte decomposição de *cash flows* futuros:



$$
\begin{aligned}
B_0 &= \frac{100\% + \dfrac{4.2\%+1\%}{2}}{(1+4.0\%+0.15\%+1.0\%)^{0.4}} \\
&+ \frac{0.8\%-1.0\%}{2} \times \left[(1+5.15\%)^{-0.4} + (1+r(0,0.9)+1.15\%)^{-0.9}\right]
\end{aligned}
$$

A taxa spot a 0.9 anos pode ser obtida via interpolação linear:

$$
r(0,0.9) \approx 4\% + (4.5\% - 4.0\%) \times \frac{0.9-0.4}{1-0.4} \cong 4.42\%.
$$

Portanto,

$$
\begin{aligned}
B_0 &= \frac{100\% + \dfrac{4.2\%+1\%}{2}}{(1+4.0\%+0.15\%+1.0\%)^{0.4}} \\
&+ \frac{0.8\%-1.0\%}{2} \times \left[(1+5.15\%)^{-0.4} + (1+5.57\%)^{-0.9}\right] \\
&= 100.53\% - 0.19\% = 100.34\%.
\end{aligned}
$$

$$AI = \frac{5.0\%}{2} \times \frac{37}{180} \cong 0.51\%.$$

Decisão:

$$VT_0^{bid} = 99.75\% + 0.51\% = 100.26\% < B_0 \Rightarrow \text{ Não vender;}$$

$$VT_0^{ask} = 99.85\% + 0.51\% = 100.36\% > B_0 \Rightarrow \text{ Não comprar.}$$

d)

Convexidade da OT 4% 07/02/2003:

$$C = \frac{0.4 \times 1.4 \times \frac{4\%}{[1+4\%]^{0.4}} + 1.4 \times 2.4 \times \frac{104\%}{[1+4.8\%]^{1.4}}}{101.33\%} \cong 3.25.$$

<u>CASO 4</u> (6 valores)

a)

$$\underset{E(r_p)}{\mathrm{Min}}\ \sigma_p^2 = 0.7430E(r_p)^2 - 0.0494E(r_p) + 0.0011$$

Condição de 1ª ordem:

$$\partial\sigma_p^2 / \partial E(r_p) = 0 \Leftrightarrow 2 \times 0.7430E(r_p) - 0.0494 = 0 \Leftrightarrow E(r_{mvp}) \cong 3.324\%.$$

$$\sigma_{mvp} = \sqrt{0.7430(0.03324)^2 - 0.0494 \times 0.03324 + 0.0011} \cong 1.670\%.$$

b)

Actual composição:

$$E(r_p) = 4\% \times 0.55 + 8\% \times 0.15 + 20\% \times 0.2 + 3\% \times 0.1 = 7.7\%.$$

$$\begin{aligned}\sigma_p^2 &= (0.55 \times 0.02)^2 + (0.15 \times 0.25)^2 + (0.2 \times 0.15)^2 \\ &+ 2 \times 0.55 \times 0.15 \times 0.02 \times 0.25 \times (-0.4) + 2 \times 0.55 \times 0.2 \times 0.02 \times 0.15 \times 0.5 \\ &+ 2 \times 0.15 \times 0.2 \times 0.25 \times 0.15 \times (-0.1)\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \sigma_p^2 = 0.00220225 \Rightarrow \sigma_p \cong 4.693\%.$$

Equação da fronteira eficiente global:

$$E(r_p) = 3\% + \frac{14.15\% - 3\%}{9.47\%} \times \sigma_p.$$

A actual composição só é eficiente sse a anterior equação for verificada:

$$E(r_p) = 3\% + \frac{14.15\% - 3\%}{9.47\%} \times 4.693\% = 8.526\% \neq 7.7\%.$$

Visto a anterior proposição ser falsa, conclui-se que a actual composição é ineficiente. De facto, para igual nível de risco (4.693%) é possível obter um maior nível de rentabilidade esperada (8.526% > 7.7%).

c)

$$\underset{\{E(r_p), \sigma_p\}}{MAX} \quad U \equiv \ln\left[E(r_p) - 4\sigma_p^2\right]$$

Sujeito a

$$E(r_p) = 3\% + \frac{14.15\% - 3\%}{9.47\%} \times \sigma_p$$

$$\Updownarrow$$

$$\underset{\{E(r_p), \sigma_p, \lambda\}}{MAX} \quad L \equiv \ln\left[E(r_p) - 4\sigma_p^2\right] + \lambda\left[0.03 + 1.1774\sigma_p - E(r_p)\right]$$

Condições de primeira ordem:

- $$\frac{\partial L}{\partial E(r_p)} = 0 \Leftrightarrow \frac{1}{E(r_p) - 4\sigma_p^2} - \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{E(r_p) - 4\sigma_p^2}$$

- $$\frac{\partial L}{\partial \sigma_p} = 0 \Leftrightarrow \frac{-8\sigma_p}{E(r_p) - 4\sigma_p^2} + 1.1774\lambda = 0 \Leftrightarrow \frac{-8\sigma_p}{E(r_p) - 4\sigma_p^2} + \frac{1.1774}{E(r_p) - 4\sigma_p^2} = 0$$
  $$\Leftrightarrow \sigma_p = \frac{1.1774}{8} \cong 14.72\%.$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Leftrightarrow 0.03 + 1.1774\sigma_p - E(r_p) = 0$$

- $$\Rightarrow E(r_p) = 3\% + 1.1774 \times 14.72\% \cong 20.33\%$$

d)

$\beta: \quad 8\% = 3\% + [7\% - 3\%] \times \beta$

$\Rightarrow \beta \cong 1.25.$