

COMPLEMENTOS DE OPÇÕES (MSc FINANÇAS 2006/2007)
OPÇÕES EXÓTICAS (MSc MAT. FINANCEIRA 2006/2007)
EXAME

13/07/07

Duração: 2.5 horas

CASO 1 (2x2.0=4 valores)

Responda (sucinta e objectivamente) a somente duas das questões seguintes:

- a) Formule, no momento “ t ” ($\leq T$), o cálculo do fair value de uma obrigação de caixa com vencimento no momento “ T ” e que paga nessa mesma data um único cash flow igual ao valor nominal multiplicado pelo rácio entre a cotação spot do índice DAX (S_T) no momento “ T ” e a cotação mínima registada pelo DAX entre os momentos “ t ” e “ T ”.
- b) A obrigação GN tem vencimento a 1 ano, reembolso *bullet* e um cupão anual igual à taxa de rentabilidade da acção GN, caso a acção GN nunca desça abaixo de 90% da cotação actual em qualquer momento durante o próximo ano. Caso contrário, o cupão será igual a zero. Formule a avaliação desta obrigação.
- c) Formule, no momento “ t ” ($\leq T$), uma estratégia de *static hedging* para uma opção sobre o activo “ S ” e com um *payoff* terminal, no momento “ T ”, igual a $[S_T - X_1]$ caso $S_T > X_2$, com $X_1, X_2 \in \mathfrak{R}$.

CASO 2 (6 valores)

Considere as seguintes informações relevantes para a avaliação de opções Europeias sobre o índice PSI20 e cotadas em euros:

- Euribor a 6 meses: 4% (base 30/360);
- Volatilidade anualizada do PSI20: 25%;
- *Dividend yield* estimada para o PSI20: 1% (capitalização contínua);
- Cotação *spot* do PSI20: 12,000.00 pontos.

Nos dois quadros seguintes efectua-se 10 simulações da evolução do índice PSI20 ao longo dos próximos 6 meses, considerando intervalos de tempo mensais. Para cada simulação, as duas últimas colunas do segundo quadro contêm o *payoff* terminal de uma *European floating strike lookback put* sobre o índice PSI20, com monitorização mensal e com vencimento a 6 meses, bem como o respectivo quadrado. A antepenúltima coluna evidencia a cotação máxima atingida em cada simulação.

		<i>Random numbers from $N(0, 1)$</i>					
$j \setminus i$		1	2	3	4	5	6
1		-1.8047831	-0.2511206	0.6195728	-0.1852243	1.1165935	0.5326774
2		-1.961098	-0.9730752	-0.9851829	-0.8277925	0.309127	-0.4639844
3		-1.1482575	-0.7802305	-0.5877223	-1.8653282	0.3264256	0.8180245
4		-0.3416335	-1.1311226	0.9503606	1.8158153	0.6603193	0.3698312
5		-0.4911647	-0.0665648	-0.739492	0.0845171	0.0209241	0.280761
6		0.4407661	0.1448188	0.5228299	-0.3786101	-0.8844063	0.5358538
7		-0.346015	-0.1800902	0.2290744	-1.4897296	-0.9556607	-0.0329385
8		-0.0052398	0.2370916	-0.3362038	-2.2563472	-0.7839708	0.2034665
9		1.2981968	-1.032131	1.2071814	-0.3375806	2.089273	-1.2632813
10		1.5116666	-1.30839	-0.2085449	-0.7330709	-0.3350715	1.6762351

Paths for underlying asset price										
$j \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	$\max(S_{i,j})$	$V_{T,j}$	$(V_{T,j})^2$
1	12,000.00	10,533.08	10,342.49	10,813.95	10,668.90	11,562.64	12,014.14	12,014.14	0.00	0.00
2	12,000.00	10,414.92	9,707.29	9,039.83	8,514.43	8,705.32	8,417.50	12,000.00	3,582.50	12,834,330.32
3	12,000.00	11,044.15	10,438.03	10,003.19	8,742.08	8,949.24	9,492.17	12,000.00	2,507.83	6,289,196.93
4	12,000.00	11,706.15	10,787.04	11,551.26	13,166.86	13,807.62	14,179.16	14,179.16	0.00	0.00
5	12,000.00	11,580.50	11,523.42	10,923.06	10,988.39	11,003.48	11,227.17	12,000.00	772.83	597,259.39
6	12,000.00	12,386.15	12,514.57	12,994.01	12,642.04	11,858.73	12,324.62	12,994.01	669.39	448,083.46
7	12,000.00	11,702.45	11,549.75	11,740.67	10,542.45	9,838.51	9,813.80	12,000.00	2,186.20	4,779,453.19
8	12,000.00	11,993.82	12,199.13	11,905.07	10,114.70	9,557.00	9,697.04	12,199.13	2,502.09	6,260,450.99
9	12,000.00	13,176.82	12,229.29	13,340.68	13,017.81	15,134.26	13,813.62	15,134.26	1,320.65	1,744,111.10
10	12,000.00	13,381.39	?	11,990.51	11,371.08	11,097.89	12,523.28	13,381.39	?	?
total									13,541.48	32,952,885.37

Pretende-se que:

- Calcule os três valores assinalados por pontos de interrogação no quadro anterior. (2V)
- Avalie a opção em apreço e calcule o desvio-padrão de tal estimativa. (2V)
- Formule uma decisão de investimento relativamente a um depósito bancário (denominado em EUR) com vencimento a 6 meses e com uma remuneração igual a 12% (taxa nominal anual com capitalização semestral) caso o índice PSI20 permaneça dentro do *range* [10,000;12,500] em cada um dos próximos 6 meses. (2V)

CASO 3 (10 valores)

Considere as seguintes condições de mercado:

- Taxas *spot* do EUR a 12 meses e 2 anos: 4% e 4.5%, respectivamente (capitalização contínua);
- Volatilidade anualizada do Eurostoxx50: 25%;
- Dividend yield* estimada para o Eurostoxx50: 1.98% (capitalização contínua);
- Cotação *spot* do Eurostoxx50: 10,000.00 pontos;
- O mercado transacciona as seguintes opções Europeias sobre o índice Eurostoxx50, com *contract size* igual a €10 e barreira igual a 9,800 pontos de índice (para *barrier options*):

	1 year options			2 years options		
	strikes: 9,800.00	10,000.00	11,000.00	9,800.00	10,000.00	11,000.00
Standard call	1,162.45	1,066.67	676.06	1,610.61	1,520.80	1,131.99
Standard put	774.24	870.62	1,440.80	1,045.41	1,140.23	1,674.53
Down-and-in put	774.24	870.60	1438.19	NA	NA	NA
Down-and-out call	219.10	207.37	151.25	NA	NA	NA

NA = not available.

Pretende-se que:

- Formule uma decisão de investimento relativamente a um depósito bancário (denominado em EUR) com vencimento a 1 ano e com uma remuneração igual a 10% ao ano caso o índice Eurostoxx50 termine cotado acima dos 11,000 pontos ou abaixo dos 9,000 pontos. (2V)

- b) Avalie o direito de vender, daqui a 6 meses e ao preço de 670.00 pontos de índice, uma *European Eurostoxx50 ATM call* com vencimento daqui a 1 ano e *strike* igual a 11,000 pontos de índice. Para o efeito, considere que o valor da *underlying call* será igual a 670.00 pontos de índice daqui a 6 meses caso o índice Eurostoxx50 esteja cotado a 9,860.74 pontos de índice. Assuma uma curva de taxas de juro *flat* até 1 ano e considere as seguintes probabilidades geradas por uma distribuição normal bivariada *standard*: (2V)

a	b	rho	M(a,b;rho)
0.224851	0.2058	0.70710678	0.463224
0.048074	-0.0442	0.70710678	0.374957
-0.224851	0.2058	-0.7071068	0.118302
-0.048074	-0.0442	-0.7071068	0.107416
-0.177139	-0.2058	0.70710678	0.301402
-0.000362	0.0442	0.70710678	0.383584
0.177139	-0.2058	-0.7071068	0.117072
0.000362	0.0442	-0.7071068	0.134044

- c) Formule uma decisão de investimento relativamente a um depósito bancário (denominado em EUR) com vencimento a 1 ano e com uma remuneração igual a 120% da taxa de valorização do índice Eurostoxx50, desde que tal índice nunca desça abaixo dos 9,800 pontos. Admita ainda a existência de um *cap* de 10% sobre a taxa de valorização do índice Eurostoxx50. (2V)
- d) A instituição financeira EVN pretende emitir ao par, e com uma margem de lucro igual a 1% do valor nominal, obrigações de caixa com as seguintes características:
- Valor nominal = EUR 50,000,000;
 - Reembolso *bullet* e ao par daqui a 2 anos;
 - Remuneração variável a liquidar daqui a 2 anos:

$$x\% \times \max\left(0\%; \frac{S_2 - 90\%S_1}{90\%S_1}\right),$$

onde S_i designa a cotação de fecho do índice Eurostoxx50 no final do ano “i”.

Pretende-se que defina a percentagem x% de participação na valorização do índice Eurostoxx50 a oferecer aos obrigacionistas. (3V)

- e) Formule a estratégia de *hedging* a desencadear hoje pela instituição financeira EVN. (1V)