

**MSc MATEMÁTICA FINANCEIRA 2007/2008**  
**OPÇÕES EXÓTICAS**  
**EXAME**

**25/07/08**

**Duração: 2.5 horas**

**CASO 1 (2x2=4 valores)**

Responda (sucinta e objectivamente) a somente duas das questões seguintes:

- a) Em que circunstâncias podemos avaliar uma *up-and-in call* como sendo uma *standard call*?
- b) Deduza a fórmula de avaliação de uma *floating strike lookback call* posteriormente à data de início de vigência do contrato.
- c) Defina uma carteira de activos (envolvendo opções) capaz de gerar daqui a 1 ano a média das cotações de fecho mensais registadas pelo índice SLB durante o próximo ano.

**CASO 2 (10 valores)**

Considere as seguintes condições de mercado:

- Taxas *spot* interbancárias do EUR: 4.75% a 6 meses; e, 5% a 12 meses (taxas nominais anuais; 30/360);
- Volatilidade anualizada do índice Eurostock50<sup>1</sup>: 15%;
- *Dividend yield* estimada para o Eurostock50: 3% (capitalização contínua);
- Cotação *spot* do índice Eurostock50 = 4,000.00 pontos de índice;
- O mercado transacciona *European standard* e *fixed strike lookback options* sobre o índice Eurostock50, com vencimento a 12 meses, início imediato e um *contract size* igual a €10, com os seguintes prémios em pontos de índice:

	strikes: 3,600.00	3,900.00	4,000.00	5,000.00
Standard call	515.74	320.54	267.84	25.63
Standard put	62.53	153.04	195.58	905.75
Lookback call	900.59	614.88	519.64	50.27
Lookback put	128.29	315.63	404.12	1,356.50

Pretende-se que:

- a) Formule uma decisão de *trading* para um depósito bancário denominado em EUR, com vencimento a 6 meses e com uma remuneração igual a 10% caso o índice Eurostock50 desvalorize mais do que 5% daqui a 6 meses. (2V)
- b) Avalie o direito de comprar, daqui a 6 meses e ao preço de 500.00 pontos de índice, uma *European Eurostoxx50 ATM put* com vencimento daqui a 1 ano. Para o efeito, considere que o valor da *underlying put* será igual a 500.00 pontos de índice daqui a 6 meses caso o índice Eurostoxx50 esteja cotado a 3,475.49 pontos de índice. Assuma uma curva de taxas de juro *flat*

<sup>1</sup> Carteira denominada em EUR.

até 1 ano e considere as seguintes probabilidades geradas por uma distribuição normal bivariada *standard*: (2V)

a	b	rho	M(a,b;rho)
-0.83731	0.200267761	0.70710678	0.188903
-0.943376	0.050267761	0.70710678	0.159572
0.83731	0.200267761	-0.7071068	0.390462
0.943376	0.050267761	-0.7071068	0.360473
-1.466799	-0.200267761	0.70710678	0.06675
-1.360733	-0.050267761	0.70710678	0.082458
1.466799	-0.200267761	-0.7071068	0.353886
1.360733	-0.050267761	-0.7071068	0.397496

- c) Formule uma decisão de investimento para um depósito denominado em EUR, com vencimento a 12 meses e com uma remuneração igual a 10% caso e quando o índice Eurostock50 desvalorize mais do que 10%. (3V)
- d) Formule uma decisão de investimento para uma obrigação de caixa denominada em EUR, emitida há 2 anos atrás, com vencimento daqui a 12 meses, com reembolso *bullet* e ao par e com uma remuneração variável que é função da cotação mínima registada pelo índice Eurostock50 durante os 3 anos de vigência da obrigação. A remuneração variável a liquidar daqui a 12 meses irá corresponder a 20% da taxa de desvalorização mínima registada pelo índice Eurostock50 durante os 3 anos de vigência da obrigação. Considere que a cotação do índice Eurostock50 há 2 anos atrás era igual a 5,000.00 pontos e que a cotação mínima registada durante os 2 últimos anos foi igual a 3,900.00 pontos de índice. (3V)

### CASO 3 (6 valores)

Considere as seguintes informações relevantes para a avaliação de opções Europeias sobre o índice Eurostock50<sup>2</sup> e cotadas em euros:

- Cotação *spot* do índice Eurostock50 = 4,000.00 pontos de índice;
- Euribor a 12 meses: 5% (taxa efectiva anual na base 30/360);
- Volatilidade anualizada do índice Eurostock50: 15%;
- *Dividend yield* estimada para o Eurostock50: 3% (regime de capitalização contínua);
- Despreze o *credit spread* entre os mercados interbancário e de dívida pública.

Nos dois quadros seguintes efectuem-se 10 simulações da evolução do índice Eurostock50 ao longo dos próximos 12 meses, considerando intervalos de tempo bimestrais. Para cada simulação, as duas últimas colunas do segundo quadro incluem o *payoff* terminal de uma *European down-and-in ATM put* sobre o índice Eurostock50, com vencimento a 12 meses, barreira igual a 3,800 pontos de índice e monitorização no final de cada um dos próximos 6 bimestres, bem como o respectivo quadrado.

<sup>2</sup> Carteira denominada em EUR.

Random numbers from $N(0,1)$						
$j \setminus i$	1	2	3	4	5	6
1	-0,3002	-1,2777	0,2443	1,2765	1,1984	1,7331
2	-2,1836	-0,2342	1,0950	-1,0867	-0,6902	-1,6904
3	-1,8469	-0,9776	-0,7735	-2,1179	-0,5679	-0,4040
4	0,1349	-0,3655	-0,3270	-0,3702	1,3426	-0,0853
5	-0,1862	-0,5132	1,9722	0,8657	2,3757	-0,6549
6	1,6615	-1,6124	0,5389	0,9022	1,9189	-0,0845
7	-0,5238	0,6751	-0,3813	0,7576	-1,4442	-0,8472
8	-1,5216	-0,3629	-0,0325	0,0281	-0,3227	2,1945
9	-1,7425	-0,7365	-2,5776	1,4477	-1,2798	-0,6536
10	0,7577	0,4667	0,8746	0,5957	-1,3718	-1,1157

Paths for underlying asset price								$V_{T,j}$	$(V_{T,j})^2$
$j \setminus i$	0	1	2	3	4	5	6		
1	4 000,00	3 932,07	3 640,72	3 700,23	4 006,10	4 316,56	4 805,92	-	-
2	4 000,00	3 503,75	3 458,21	3 702,70	3 468,68	3 329,31	3 005,68	994,32	988 677,14
3	4 000,00	3 576,74	3 373,13	3 221,12	2 832,87	2 739,48	2 675,89	1 324,11	1 753 261,63
4	4 000,00	4 038,24	3 953,83	3 880,32	3 798,10	4 128,76	4 112,42	-	-
5	4 000,00	3 959,63	3 841,95	4 340,59	4 582,65	5 306,93	5 104,72	-	-
6	4 000,00	4 433,96	4 022,13	4 162,32	4 404,28	4 959,69	4 940,29	?	?
7	4 000,00	3 878,60	4 047,40	3 958,96	4 152,17	3 805,51	3 617,65	?	?
8	4 000,00	3 648,71	?	3 570,40	3 581,05	3 515,39	4 026,08	-	-
9	4 000,00	3 599,68	3 445,27	2 945,90	3 223,04	2 983,84	2 870,38	1 129,62	1 276 040,11
10	4 000,00	4 195,24	4 322,30	4 565,84	4 741,44	4 364,88	4 081,73	-	-

Pretende-se que:

- Calcule os cinco valores assinalados por pontos de interrogação no quadro anterior. (2V)
- Avalie a opção em apreço e calcule o desvio-padrão de tal estimativa. (2V)
- Reavalie a opção descrita nas alíneas anteriores assumindo agora monitorização contínua do spot e que o mercado transacciona as seguintes *European standard options* sobre o índice Eurostock50, com os seguintes prémios em pontos de índice: (2V)

	strikes	3,800.00	4,000.00	4,210.53	4,432.13
Call-prémio		379.57	267.84	177.29	109.31
Put-prémio		116.83	195.58	305.53	448.61

