OPÇÕES
PÓS-GRADUAÇÃO EM *CORPORATE FINANCE* E GIF 2004-2005
EXAME - RESOLUÇÃO

16/12/04 **Duração: 2.5 horas**

CASO 1

a)

Seja a remuneração variável a oferecer na maturidade igual a:

$$RV_T = \frac{x\%}{S_0} \times \begin{cases} \alpha S_0 \Leftarrow S_T > (1+\alpha)S_0 \\ S_T - S_0 \Leftarrow S_0 < S_T \leq (1+\alpha)S_0 \\ 0 \Leftarrow S_T \leq S_0 \end{cases}$$

Put verticall bullish spread:

	$S_T \leq S_0$	$S_0 < S_T \leq (1+\alpha)S_0$	$S_T > (1+\alpha)S_0$
Long S_0 put	$S_0 - S_T$	0	0
Short $(1+\alpha)S_0$ put	$S_T - (1+\alpha)S_0$	$S_T - (1+\alpha)S_0$	0
total	$-\alpha S_0$	$S_T - (1+\alpha)S_0$	0

b)

Afirmação falsa.

O modelo de Merton pressupõe que a acção subjacente se valoriza à taxa "r-q". Adicionando a esta mais-valia a remuneração proveviente dos dividendos (q), obtém-se uma taxa de rentabilidade igual a r-q+q = r.

c)

Afirmação verdadeira caso se trate de opções sobre acções "com dividendos".

Neste caso, a violação da paridade put-call pode não encerrar uma oportunidade de arbitragem mas sim de especulação devido ao facto de a dividend yield (q) ser incerta.

d)

$$RV_1 = \begin{cases} 5 \Leftarrow S_1 < 10 \\ 0 \Leftarrow S_1 \geq 10 \end{cases}$$

Portanto,

$$RV_0 = 5 \times e^{-r \times 1} \times \Pr(S_1 < 10)$$

$$\Leftrightarrow RV_0 = 5 \times e^{-r \times 1} \times N\left(-d_2^M\right)$$

$$\Leftrightarrow RV_0 = 5 \times e^{-r \times 1} \times N\left[-\frac{\ln\left(\frac{S_0}{10}\right) + \left(r - q - \frac{\sigma^2}{2}\right) \times 1}{\sigma\sqrt{1}}\right].$$

CASO 2

a)

Posição *spot*: Long PT

Objectivo de cobertura: fixar preço de venda futuro; o mais alto possível.

⇓
Estratégia de *hedging*: Short Artificial Future, i.e.:
.Long X put
.Short X call

Opções sobre PT e com vencimento a 6 meses.

Nº de puts/calls a comprar/vender = 2,000/100 = 20 opções.

Preço de venda fixado (por acção) = X –p(ask) +c(bid)

X	p (ask)	c (bid)	X-p+c
7,50	0,1615	0,9143	8,2528
8,00	0,3361	0,5946	8,2585
8,50	0,5959	0,3592	**8,2633**

Assim, o preço de venda máximo fixado (EUR8.2633) é obtido via strike X = EUR8.50.

Todavia, os cálculos anteriores desprezam (erradamente) o desfasamento temporal entre a liquidação dos prémios (momento 0) e o vencimento das opções (daqui a 6 meses).

Admitindo que o diferencial de prémios seria financiado (se negativo) ou aplicado (se positivo) à Euribor a 6 meses (2%), o strike a escolher seria diferente (X = EUR8.00):

X	p (ask)	c (bid)	X-(p-c)*(1+2%/2)
7,50	0,1615	0,9143	8,2603
8,00	0,3361	0,5946	**8,2611**
8,50	0,5959	0,3592	8,2609

b)

Visto pretender-se a não limitação de ganhos, pode-se desde já excluir a estratégia short butterfly spread. Restam 2 alternativas: long straddle ou long strangle. Qualquer uma destas duas estratégias permite limitar perdas à soma algebrica dos prémios pagos pelas opções compradas.

Testemos em primeiro lugar a estratégia long straddle:
.Long X call
.Long X put

Dispomos de 3 strikes e portanto de 3 alternativas:

X	c (ask)	p (ask)	-c-p
7,50	0,9189	0,1615	-1,0804
8,00	0,5976	0,3361	-0,9337
8,50	0,3610	0,5959	-0,9569

Constata-se que nenhuma das 3 alternativas permite limitar perdas por acção (-c-p) acima de –EUR0.6.

Para a estratégia long strangle:
.Long Xp put
.Long Xc call, sendo Xp<Xc.

Dispomos também de 3 alternativas:

					Pontos de breakeven	
Xp	Xc	p (ask)	c (ask)	-c-p	Xp-(c+p)	Xc+(c+p)
7,50	8,00	0,1615	0,5976	-0,7591	6,7409	8,7591
7,50	8,50	0,1615	0,3610	**-0,5225**	**6,9775**	**9,0225**
8,00	8,50	0,3361	0,3610	-0,6971	7,3029	9,1971

Escolhendo o strike Xc=EUR8.50 para a call e o strike Xp=EUR7.50 para a put é possivel fixar uma perda máxima de –EUR0.5225 (>-EUR0.60) e obter ganhos dentro do seguinte intervalo de cotações para a acção PT: de EUR6.9775 a EUR9.0225.

c)

Paridade *put-call* para opções Europeias (sem dividendos):

$$c_t(S,X,T) - p_t(S,X,T) = S_t e^{-q\tau} - Xe^{-r\tau}$$

$$\Leftrightarrow p_t(S,X,T) = c_t(S,X,T) - S_t e^{-q\tau} + Xe^{-r\tau}$$

Ou seja,

Short Put = Short Call + Long Stock + Financiamento

Portanto,

$$p_0^{bid} = 0.3592 - 8.25 \times e^{-q \times 0.5} + \frac{8.50}{1 + 2\% \times 0.5}.$$

A dividend yield (q) pode ser obtida com base noutro strike para o qual sejam conhecidas as cotações bid da call e da put, i.e. X=8.00:

$$0.3344 = 0.5946 - 8.25 \times e^{-q \times 0.5} + \frac{8.00}{1 + 2\% \times 0.5} \Rightarrow q \cong 1.68\%.$$

Portanto,

$$p_0^{bid} = 0.3592 - 8.25 \times e^{-1.68\% \times 0.5} + \frac{8.50}{1 + 2\% \times 0.5} \cong EUR0.5941.$$

<u>CASO 3</u>

a)

Opção Europeia sobre "acção com dividendos discretos" $\Rightarrow$ fórmula de *Black-Scholes* modificada.

Taxa de juro sem risco a 1 ano em RCC:

$$r = \ln(1 + 2.375\%) \cong 2.347\%.$$

Volatilidade anualizada:

$$\sigma = 3.467\% \times \sqrt{52} \cong 25\%.$$

Cotação *spot* ajustada pelos dividendos:

$$S_t^* = 10 - \frac{0.5}{1 + 2\% \times \frac{6}{12}} - \frac{0.8}{1 + 2.25\% \times \frac{9}{12}} \cong EUR8.718.$$

Valor de equilíbrio da *call* Europeia ATM (X = EUR10):

$$c_t = EUR8.718 \times N(d_1^*) - EUR10 \times e^{-2.347\% \times 1} \times N(d_2^*),$$

sendo:

$$d_1^* = \frac{\ln\left(\frac{8.718}{10}\right) + \left[2.347\% + \frac{(0.25)^2}{2}\right]\times 1}{0.25\sqrt{1}} \cong -0.3298 \text{ ; e}$$

$$d_2^* \cong -0.3298 - 0.25 \times \sqrt{1} \cong -0.5798.$$

Utilizando uma tabela da distribuição normal estandardizada,

$$N(d_1^*) \cong N(-0.33) = 1 - N(0.33) = 1 - 0.6293 = 0.3707; \text{e}$$

$$N(d_2^*) \cong N(-0.58) = 1 - N(0.58) = 1 - 0.7190 = 0.2810.$$

Portanto,

$$c_t = EUR8.718 \times 0.3707 - EUR10 \times e^{-2.347\% \times 1} \times 0.2810 \cong EUR0.4874.$$

Para um *contract size* de 100 acções, EUR0.4874 x 100 = **EUR48.74**.

b)

$$\Pr(S_{1y} < 10) = 1 - \Pr(S_{1y} \geq 10) = 1 - N(d_2^*) = 1 - 0.2810 = 71.9\%.$$

c)

$$n = 3 \Rightarrow \Delta t = \frac{0.25}{3} \cong 0.0833.$$

$$u = \exp\left(25\% \times \sqrt{0.0833}\right) \cong 1.0748.$$

$$d = \frac{1}{1.0748} \cong 0.9304.$$

$$S_{2,2} = 10.75 \times 1.0748 \cong 11.55.$$

Taxa de juro sem risco a 0.25 anos em RCC:

$$r = 4 \times \ln\left(1 + \frac{2\%}{4}\right) \cong 1.995\%.$$

Visto não serem estimados dividendos para os próximos 3 meses, então q = 0%.

$$p = \frac{e^{1.995\%\times 0.0833} - 0.9304}{1.0748 - 0.9304} \cong 0.4935.$$

$$P_{3,1} = \max(0;10 - 9.30) = 0.70.$$

$$P_{0,0} = \max\{10 - 10; e^{1.995\%\times 0.0833} \times [0.4935 \times 0.18 + (1 - 0.4935) \times 0.85]\} \cong EUR0.52.$$

<u>CASO 4</u>

a)

Utilizando a fórmula de *Merton*,

$$p_t = -8{,}000 \times e^{-2\%\times 2} \times N(-d_1^M) + 8{,}000 \times e^{-r\times 2} \times N(-d_2^M),$$

sendo:

$$r = \ln(1 + 2.75\%) \cong 2.713\%.$$

$$d_1^M = \frac{\ln\left(\frac{8{,}000}{8{,}000}\right) + \left[2.713\% - 2\% + \frac{(0.2)^2}{2}\right] \times 2}{0.2 \times \sqrt{2}} \cong 0.1918 \text{ ; e}$$

$$d_2^M \cong 0.1918 - 0.2 \times \sqrt{2} \cong -0.0910.$$

Utilizando uma tabela da distribuição normal estandardizada,

$$N(-d_1^M) \cong N(-0.19) = 1 - N(0.19) = 1 - 0.5753 = 0.4247; \text{ e}$$

$$N(-d_2^M) \cong N(0.09) = 0.5359.$$

Portanto,

$$p_t = -8{,}000 \times e^{-2\%\times 2} \times 0.4247 + 8{,}000 \times e^{-2.713\%\times 2} \times 0.5359 \cong 796.43$$

b)

Taxa de cupão (a calcular) = j:

$$100\% = \frac{j}{1+2.375\%} + \frac{j+100\%}{(1+2.75\%)^2} + RV_0.$$

Por seu turno,

$$RV_2 = 40\% \times \begin{cases} \dfrac{S_0 - S_2}{S_0} \Leftarrow S_2 < S_0 \\ \\ 0\% \Leftarrow S_2 \geq S_0 \end{cases}$$

$$= \frac{40\%}{S_0} \times \begin{cases} S_0 - S_2 \Leftarrow S_2 < S_0 \\ \\ 0 \Leftarrow S_2 \geq S_0 \end{cases}$$

$$= \frac{40\%}{S_0} \times p_2(S_2; X = S_0; 2y),$$

onde "S" representa a cotação do índice PSI20.

Portanto,

$$RV_0 = \frac{40\%}{S_0} \times p_0(S_0; X = S_0; 2y)$$

$$= \frac{40\%}{8{,}000} \times 796.43$$

$$\cong 3.982\%.$$

$$j: \quad 100\% = \frac{j}{1+2.375\%} + \frac{j+100\%}{(1+2.75\%)^2} + 3.982\% \Rightarrow j \cong 0.675\%.$$

c)

Margem de intermediação = 100% - B_0,

sendo:

$$B_0 = \frac{100\%}{(1+2.75\%)^2} + RV_0,$$

e

$$RV_2 = \begin{cases} 18\% \Leftarrow 60\% \times \dfrac{S_2 - S_0}{S_0} \geq 18\% \\ 60\% \times \dfrac{S_2 - S_0}{S_0} \Leftarrow 0\% \leq 60\% \times \dfrac{S_2 - S_0}{S_0} \leq 18\% \\ 0\% \Leftarrow 60\% \times \dfrac{S_2 - S_0}{S_0} < 0\% \end{cases}$$

$$= \frac{60\%}{S_0} \times \begin{cases} 0.3S_0 \Leftarrow S_2 \geq 1.3S_0 \\ S_2 - S_0 \Leftarrow S_0 \leq S_2 \leq 1.3S_0 \\ 0 \Leftarrow S_2 < S_0 \end{cases}$$

$$= \frac{60\%}{S_0} \times \left(\begin{cases} S_2 - S_0 \Leftarrow S_2 > S_0 \\ \\ 0 \Leftarrow S_2 \leq S_0 \end{cases} - \begin{cases} S_2 - 1.3S_0 \Leftarrow S_2 > 1.3S_0 \\ \\ 0 \Leftarrow S_2 \leq 1.3S_0 \end{cases} \right)$$

$$= \frac{60\%}{S_0} \times \left[c_2\left(S_2; X = S_0; 2y\right) - c_2\left(S_2; X = 1.3S_0; 2y\right) \right]$$

Portanto,

$$RV_0 = \frac{60\%}{S_0} \times \left[c_0\left(S_0; X = S_0 = 8{,}000; 2y\right) - c_0\left(S_0; X = 10{,}400; 2y\right) \right]$$

$$= \frac{60\%}{8{,}000} \times \left[c_0\left(S_0; X = S_0 = 8{,}000; 2y\right) - 256.12 \right]$$

Utilizando a paridade put-call e o resultado da alínea a),

$$c_t(S, X, T) - p_t(S, X, T) = S_t e^{-q\tau} - X e^{-r\tau}$$

$$\Leftrightarrow c_t(S, X, T) = p_t(S, X, T) + S_t e^{-q\tau} - X e^{-r\tau}$$

$$\Rightarrow c_0\left(S_0; X = 8{,}000; 2y\right) = p_0\left(S_0; X = 8{,}000; 2y\right) + 8{,}000 \times e^{-2\% \times 2} - 8{,}000 \times e^{-2.713\% \times 2}$$

$$c_0\left(S_0; X = 8{,}000; 2y\right) = 796.43 + 8{,}000 \times e^{-2\% \times 2} - 8{,}000 \times e^{-2.713\% \times 2} \cong 905.26.$$

Portanto,

$$RV_0 = \frac{60\%}{8{,}000} \times \left[905.26 - 256.12 \right] \cong 4.869\%,$$

$$B_0 = \frac{100\%}{(1+2.75\%)^2} + 4.869\% \cong 99.59\%,$$

e

Margem de intermediação = 100% - 99.59% = **0.41%**.