

MODELOS DA ESTRUTURA TEMPORAL DE TAXAS DE JURO 2006-2007
MESTRADO EM MATEMÁTICA FINANCEIRA – IBS e FCUL
EXAME 1ª Época

13/12/07

Duração: 3 horas

CASO 1 (2x2=4 valores)

Pretende-se que responda às seguintes questões:

- a) Admita que o preço do activo “S” obedece à seguinte equação diferencial estocástica:

$$dS_t = (r - q)S_t dt + \delta \sqrt{S_t} dW_t^Q,$$

com $r, q, \delta \in \mathbb{R}_+$. Determine o prémio de uma *chooser option* simples com vencimento no momento T_1 e sobre uma *call/put* sobre o activo “S”, com vencimento no momento $T_2 (\geq T_1)$ e *strike* igual a X .

- b) Considere um futuro com vencimento no momento T_f e sobre uma obrigação de cupão zero com vencimento no momento $T_1 (\geq T_f)$. Avalie este contrato via modelo CIR, sabendo que o preço do futuro é um Q-martingale e que o mesmo coincide com o preço da obrigação subjacente no momento T_f .

CASO 2 (4 valores)

Considere os seguintes parâmetros estimados para o modelo Heston:

- Cotação *spot* da acção GN= EUR100;
- Dividend yield do activo subjacente (em capitalização contínua) = 1%;
- Taxa de juro sem risco (em capitalização contínua) = 4%;
- Variância instantânea do activo subjacente (v) = 0.02;
- Velocidade de reversão para a média da volatilidade (k) = 2;
- Nível de longo prazo da variância instantânea (θ) = 0.03;
- Volatilidade da variância instantânea (σ) = 10%; e
- Coeficiente de correlação entre o spot e a variância instantânea (ρ) = -0.6.

O quadro seguinte sumariza a implementação das equações (173) e (174) dos apontamentos para o exemplo em apreço e através de uma quadratura de Gauss-Laguerre com 15 pontos.

w_i	ϕ_i	$f_1(\phi_i)$	$f_2(\phi_i)$
		X=100	X=100
2.1823E-01	9.3308E-02	2.2896E-02	9.9684E-03
3.4221E-01	4.9269E-01	3.4113E-02	1.4866E-02
2.6303E-01	1.2156E+00	7.0027E-02	3.0671E-02
1.2643E-01	2.2699E+00	1.9878E-01	8.8337E-02
4.0207E-02	3.6676E+00	7.8407E-01	3.5937E-01
8.5639E-03	5.4253E+00	4.3236E+00	2.0892E+00
1.2124E-03	7.5659E+00	3.3539E+01	1.7479E+01
1.1167E-04	1.0120E+01	3.6789E+02	2.1033E+02
6.4599E-06	1.3130E+01	5.7226E+03	3.6131E+03

2.2263E-07	1.6654E+01	1.2621E+05	8.7807E+04
4.2274E-09	2.0776E+01	3.9258E+06	2.9973E+06
3.9219E-11	2.5624E+01	1.6822E+08	1.4200E+08
1.4565E-13	3.1408E+01	8.6882E+09	8.6665E+09
1.4830E-16	3.8531E+01	-1.4133E+11	2.2111E+11
1.6006E-20	4.8026E+01	-6.7201E+14	-5.9410E+14
$\sum_{i=1}^{15} w_i f_j(\phi_i) =$			
		0.30001240	0.16593459

Pretende-se que:

- Avalie uma *put* Europeia *at-the-money* sobre a acção GN e com vencimento a 6 meses. **(2V)**
- Avalie uma *asset-or-nothing put* sobre a acção GN, *strike* igual a EUR100, *contract size* igual a 1 e com vencimento a 6 meses. **(2V)**

CASO 3 (7 valores)

Considere os seguintes parâmetros estimados para o modelo de Vasicek via mercado de EUR Treasuries:

alpha	0.4
gamma	4%
rho	5%
r(t)	4.5%

O quadro seguinte contém factores de desconto (para maturidades anuais) calculados com base nos parâmetros anteriores:

T-t	B(t,T)	A(t,T)	P(t,T)
0.5	0.4950	-0.0031	0.9749
1	0.9803	-0.0122	0.9453
1.5	1.4559	-0.0268	0.9118
2	1.9221	-0.0468	0.8752
2.5	2.3791	-0.0716	0.8364
3	2.8270	-0.1011	0.7958

Pretende-se que:

- Calcule o valor do factor de desconto a 4 anos. **(1V)**
- Avalie uma *put* Europeia ATM-forward com vencimento a 1 ano e sobre uma obrigação de cupão zero com vencimento a 3 anos. **(3V)**
- Avalie um certificado de depósito com valor nominal de €100,000, vencimento a 3 anos e remuneração igual 6 vezes a Euribor a 6 meses em vigor daqui a 2.5 anos (na base de calendário 30/360), caso este indexante seja inferior a 5%. Para o efeito, despreze o *credit spread* entre os mercados de dívida pública e monetário. **(3V)**

CASO 4 (5 valores)

Considere os seguintes parâmetros estimados para o modelo CIR via mercado monetário:

k	0.6
theta	6%
sigma	5%
r	4%

O quadro seguinte contém factores de desconto (para maturidades anuais) calculados com base nos parâmetros anteriores:

T-t	B(T-t)	A(T-t)	P(t,T)
0.5	-0.4319	-0.0041	0.9789
1	-0.7517	-0.0149	0.9560
1.5	-0.9885	-0.0306	0.9322
2	-1.1636	-0.0501	0.9079
2.5	-1.2932	-0.0723	0.8834
3	-1.3890	-0.0964	0.8590

O mercado também transacciona opções Europeias com vencimento a 1 ano e sobre Treasury Bills com vencimento a 2 anos:

	strike:	94.38%	95.60%
Call		0.608%	0.032%
Put		0.053%	0.642%

Pretende-se que:

- Avalie uma *call* Europeia com vencimento a 1 ano, com *strike* igual a 88.997% e sobre uma obrigação de cupão zero com vencimento a 3 anos, sabendo que $L_1 = 0.000470$, $\zeta_1 = 46.67479$ e $F_{\chi^2(57.6, 46.67479)}(5.712\%/0.000470) = 0.841288$. **(2V)**
- Avalie uma *call* Europeia com vencimento a 1 ano, *strike* igual a 100% do par e sobre uma obrigação do Tesouro com um cupão anual de 6%, vencimento a 3 anos e reembolso *bullet* e ao par. Para o efeito, despreze o *credit spread* entre os mercados de dívida pública e monetário. Considere ainda que a taxa de juro instantânea de 5.712% produz, daqui a 1 ano, um valor de equilíbrio de 100% para a obrigação subjacente **(3V)**