GESTÃO DE ACTIVOS E PASSIVOS
MESTRADO EXECUTIVO EM MERCADOS E ACTIVOS FINANCEIROS
EXAME - Resolução
20/04/13 **Duração: 2.5 horas**

CASO 1

11. On March 13, 2008, William Tell, a fund manager for the Rossini fund, takes a short position in the March Treasury bond (T-bond) futures contract. He plans to deliver the cheapest-to-deliver Treasury bond with a coupon of 4.5% payable semiannually on May 15 and November 15 (182 days between), a conversion factor of 1.3256, and a face value of USD 100,000. The delivery date is Friday, March 15 (121 days after November 15 coupon payment date). The settlement price for the cheapest-to-deliver Treasury bond on March 13 is 68 2/32. Which of the following is the best estimate of the invoice price?

a. USD 90,118.87
b. USD 91,719.53
c. USD 92,367.75
d. USD 95,619.47

Answer: **b**

The invoice is based on a settlement price of 68 2/32 or 68.0625. The accrued interest is calculated on the basis of the number of days since the last coupon payment date, November 15, and the delivery date, March 15. That is 121. During the current six-month period between coupon payment dates, November 15 to May 15, there are 182 days. Thus the accrued interest on USD 100,000 face value of the bond is 121/182 * USD 100,000 * 0.045/2 = USD 1,495.88

Explanation: The invoice price is USD 100,000 * 0.680625 * 1.3256 + USD 1,495.88 = 91,719.53

Topic: Financial Markets and Products
Subtopic: Cheapest to deliver bond, conversion factors
Reference: Bruce Tuckman, Fixed Income Securities, 2nd Edition.

15. The table below gives the closing prices and yields of a particular liquid bond over the past few days.

Day	**Price**	**Yield**
Monday	106.3	4.25%
Tuesday	105.8	4.20%
Wednesday	106.1	4.23%

What is the approximate duration of the bond?

a. 18.8
b. 9.4
c. 4.7
d. 1.9

Answer: **b**

Explanation: The duration can be approximated from the price changes.
(106.3 – 105.8)/106.3/.0005 = 9.4
(106.3 – 106.1)/106.3/.0002 = 9.4

Topic: Valuation and Risk Models
Subtopic: DV01, duration and convexity
Reference: Tuckman, chapter 5

c) Admita pretender fixar hoje a taxa de juro máxima para um financiamento a 2 meses e no valor de €10,000,000, a efectuar daqui a 6 meses e indexado à Euribor a 2 meses (30/360). Considere ainda ter estimado a seguinte regressão linear entre as variações das Euribor a 3 e a 2 meses:

$$\Delta E_{3M} = 0.0002 + 0.98 \Delta E_{2M} + \varepsilon \, .$$

Defina a estratégia de *hedging* a implementar hoje via mercado de opções sobre futuros da Euribor a 3 meses.

Ignorando (por enquanto) a diferença entre as Euribor a 2 e a 3 meses, a criação de um *cap* sobre a Euribor a 3 meses via mercado de opções sobre futuros da Euribor a 3 meses passa por comprar *puts* sobre futuros Euribor a 3 meses com vencimento daqui a 6 meses.

Adicionalmente, é necessário ter em conta a diferença entre as Euribor a 2 e a 3 meses. Para o efeito, o número de *puts* a transaccionar será dado por 2/3 do rácio entre o montante do financiamento e o *contract size* dos futuros Euribor a 3 meses. Isto porque as variações de margem são calculadas com o factor de anualização igual a 3/12, o qual é convertido em 2/12 via multiplicação por 2/3.

Finalmente, é ainda necessário ter em conta o risco de base associado ao facto de as variações das Euribor a 2 e 3 meses poderem ser diferenciadas. Atendendo ao modelo de regressão, as variações da Euribor a 3 meses correspondem (historicamente) a 98% das variações da Euribor a 2 meses.

Consequentemente, o número de *puts* a comprar deverá ser dado por:

$$N = \frac{10M}{1M} \times \frac{2}{3} \times \frac{1}{0.98} \cong 6.8$$

CASO 2

a)

Vamos necessitar de calcular os factores de desconto a 5 e a 8 anos. Sendo os *breakpoints* dados pelas maturidades de 0, 2.5, 6.5 10 e 15 anos e visto que:

b_0	-0.001316203
c_0	0.000787887
d_0	-0.000396121
d_1-d_0	0.000400250
d_2-d_1	0.000202917
d_3-d_2	-0.000148927
d_4-d_3	-0.000074051

Então:

$$\begin{aligned}\delta(5) &= 1-0.001316203\times 5+0.000787887\times(5)^2-0.000396121\times(5)^3 \\ &\quad +0.00040025\times(5-2.5)^3 \\ &\cong 0.969855.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\delta(8) &= 1-0.001316203\times 8+0.000787887\times(8)^2-0.000396121\times(8)^3 \\ &\quad +0.00040025\times(8-2.5)^3+0.000202917\times(8-6.5)^3 \\ &\cong 0.904358.\end{aligned}$$

Consequentemente,

$$0.969855=\frac{1}{[1+r(0,5)]^5}\Rightarrow r(0,5)=\left(\frac{1}{0.969855}\right)^{1/5}-1\cong 0.614\% \text{ ; e}$$

$$0.904358=\frac{1}{[1+r(0,8)]^8}\Rightarrow r(0,8)=\left(\frac{1}{0.904358}\right)^{1/8}-1\cong 1.265\% .$$

b)

Para garantir a imunização das responsabilidades é necessário que sejam verificadas 3 condições:

1. VA = VL

$$VA = VL = €20{,}000{,}000 \times 0.969855 + €30{,}000{,}000 \times 0.904358 \cong €46{,}527{,}822.87.$$

2. DA = DL

$$DA = DL = \frac{5 \times €20{,}000{,}000 \times 0.969855 + 8 \times €30{,}000{,}000 \times 0.904358}{€46{,}527{,}822.87} \cong 6.7493.$$

Tal implica a seguinte composição para a carteira de activos, sendo w_{2019} (w_{2022}) o peso relativo do DBR 2019 (DBR 2022):

$$\begin{cases} 5.66 w_{2019} + 8.03 w_{2022} = 6.7493 \\ w_{2019} + w_{2022} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5.66(1 - w_{2022}) + 8.03 w_{2022} = 6.7493 \\ w_{2019} = 1 - w_{2022} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} w_{2022} \cong 45.96\% \\ w_{2019} \cong 54.04\% \end{cases}$$

3. $IA \geq IL$

$$IA = 54.04\% \times 3.26 + 45.96\% \times 5.02 \cong 4.068.$$

$$IL = \frac{(5 - 6.7493)^2 \times €20{,}000{,}000 \times 0.969855 + (8 - 6.7493)^2 \times €30{,}000{,}000 \times 0.904358}{€46{,}527{,}822.87} \cong 2.19.$$

As 3 condições anteriores são verificadas e portanto é possível constituir uma estratégia de imunização. A carteira de activos a constituir é a seguinte:

Obrigação	%	Investimento		VN
DBR 2019	54.01%	25,127,717.93	/(113.05%+2.4%)	21,455,593.16
DBR 2022	45.99%	21,400,104.95	/(105.18%+0.59%)	19,908,926.36
	100.00%	46,527,822.87		

c)

A = 1,700
L = 1,300
E = 400

$$DA = \frac{100 \times 0.5 + 800 \times 10 + 300 \times 20}{1{,}700} \cong 8.26$$

$$DL = \frac{900 \times 25 + 400 \times 5}{1{,}300} \cong 18.85$$

$$\lambda = \frac{0.2\%}{1 + 0.614\%} \cong 0.1988\%$$

Portanto,

$$\Delta E \approx -A \times \left(DA - DL \times \frac{L}{A} \right) \times \lambda$$

$$= -1{,}700 \times \left(8.26 - 18.85 \times \frac{1{,}300}{1{,}700} \right) \times 0.1988\%$$

$$\cong 20.77$$

Em suma, uma subida de 0.2% da taxa spot a 5 anos implicará uma subida de 20.77 milhões de EUR no valor do Equity.

Comentário: Tal acontece pois o leverage adjusted duration gap é negativo: $8.26 - 18.85 \times \frac{1{,}300}{1{,}700} \cong -6.15$.

Pressupostos:

- Aproximação de 1ª ordem;
- Choques multiplicativos de dimensão similar em toda a ETTJ; e
- Igual sensibilidade dos activos e passivos face a tais choques.

d)

Neste caso,

$$\Delta E \approx -A \times \left(DA \times \lambda_A - DL \times \frac{L}{A} \times \lambda_L \right),$$

sendo $\lambda_A = 2\lambda_L$.

Assumindo que λ_L =0.1988%, então:

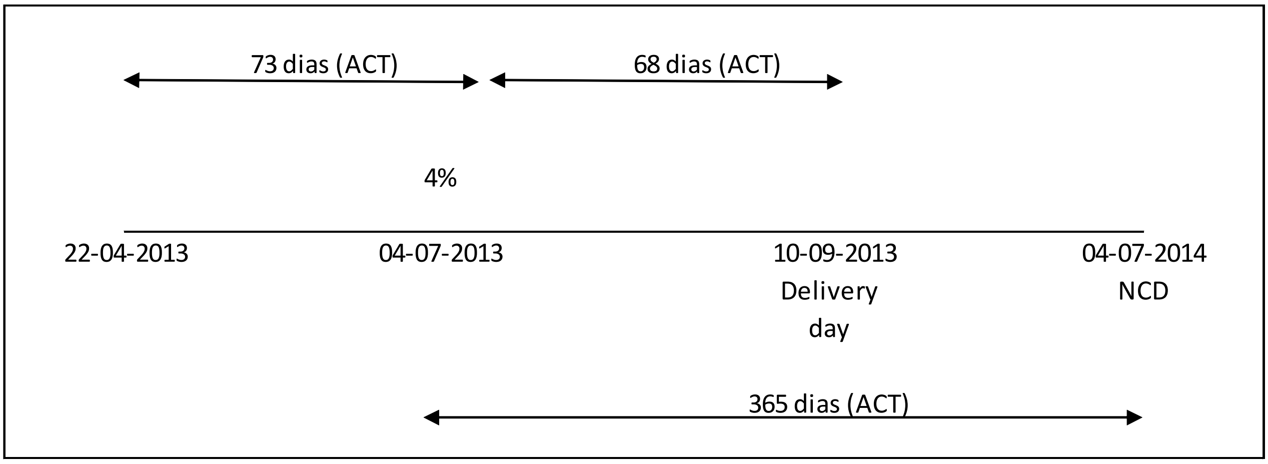
$$\Delta E \approx -1{,}700 \times \left(8.26 \times 2 \times 0.1988\% - 18.85 \times \frac{1{,}300}{1{,}700} \times 0.1988\% \right)$$

$$\cong -7.16$$

CASO 3

a) DBR 4% 04/Jul/2021:

Esta obrigação irá pagar um cupão de 4% no dia 04/07/13, i.e. entre a actual settlement date (22/04/13) e o delivery day do futuro (10/09/13):



Consequentemente,

AI(10/09/13) = 4% x 68/365 = 0.745%, e

$$IRR = \left[\frac{130.5\% \times 0.877911 + 4\% \times \left(1 + \mathrm{f}\left(0,73,141\right) \times {}^{68}\!/\!_{360}\right) + 0.745\%}{116\% + 3.2\%} - 1 \right] \times \frac{360}{73 + 68}.$$

Na equação anterior foi usado o VT ask visto que a estratégia de cash and carry envolve a compra hoje da obrigação entregável.

Relativamente à taxa de juro forward, a mesma diz respeito ao reinvestimento do cupão de 4% a receber no dia 04/07/13 e a reinvestir até ao dia 10/09/13. Para o efeito, será necessário:
1) Contrair hoje um financiamento a 73 dias pelo valor actual do cupão e à taxa de 0.5%; e
2) Efectuar hoje uma aplicação financeira a 141 dias (73+68) e à taxa de 0.6%.

Consequentemente,

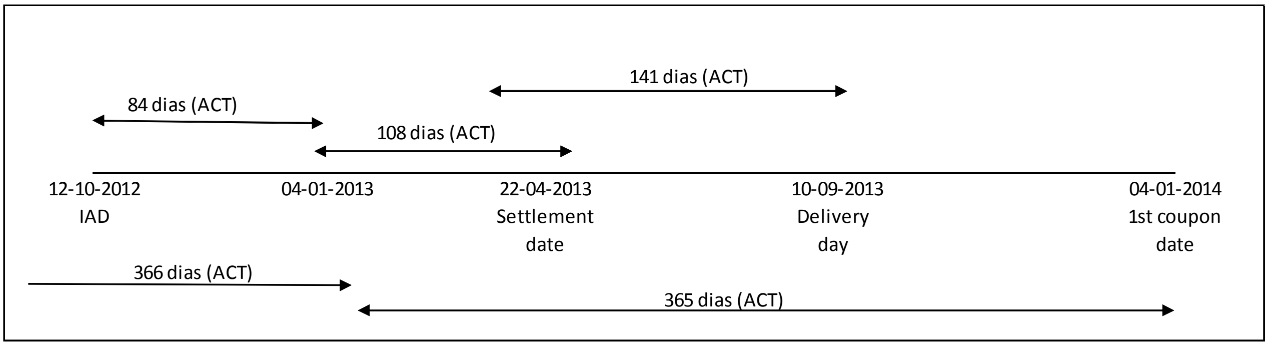
$$\mathrm{f}(0,73,141) = \left(\frac{1+0.6\% \times {}^{141}\!/_{360}}{1+0.5\% \times {}^{73}\!/_{360}} - 1 \right) \times {}^{360}\!/_{68} \cong 0.707\%.$$

Em suma,

$$IRR = \left[\frac{130.5\% \times 0.877911 + 4\% \times \left(1+0.707\% \times {}^{68}\!/_{360}\right) + 0.745\%}{116\% + 3.2\%} - 1 \right] \times \frac{360}{141} \cong 0.253\%.$$

b) DBR 3% 04/Jan/2023:

Trata-se de uma obrigação com um primeiro cupão mais longo e com as seguintes características:



Consequentemente:

AI(10/09/13) = 1.576% + 3% x 141/365 = 2.735%, e

Valor do 1º cupão mais longo = 3% x (84/366 + 1) = 3.6885%.

Para além do 1º cupão mais longo, o DBR 3% 04/Jan/2023 irá ainda pagar um cupão de 3% no dia 04/Jan de cada ano entre 2015 e 2023 (i.e. 9 cupões) e o reembolso do valor nominal no dia 04/Jan/2023.

Assim sendo, o conversion factor (CF) é igual a

$$CF = -2.735\% + \left[\frac{3.6885\%}{1+6\%} + \frac{3\% \times A_{9|6\%}}{1+6\%} + \frac{100\%}{(1+6\%)^{10}} \right] \times (1+6\%)^{108/365}$$

$$CF = -2.735\% + \left[\frac{3.6885\%}{1+6\%} + \frac{3\% \times \frac{1-(1+6\%)^{-9}}{0.06}}{1+6\%} + \frac{100\%}{(1+6\%)^{10}} \right] \times (1+6\%)^{108/365} \cong 0.790203.$$

c)

Falta apenas calcular a IRR do DBR 3% 04/Jan/2023:

$$IRR = \left(\frac{130.5\% \times 0.790203 + 2.735\%}{108\% + 1.576\%} - 1 \right) \times \frac{360}{141} \cong \text{-8.667\%} < 0.253\%.$$

Portanto a CTD é o DBR 4% 04/Jul/2021, visto possuir uma maior IRR.

d)

Via compra de futuros Euro-Bund Set/13 é possível fixar hoje o seguinte preço de compra para 10/Set/13:

$$\overline{GP}_T^S = GP_0^S + \left[\left(F_0 \times CF^{CTD} + AI_T^{CTD} \right) - GP_0^{CTD} \right] \times rv,$$

sendo o "rácio de volatilidade" dado por

$$rv = \frac{GP_0^S}{GP_0^{CTD}} \times \frac{DM^S}{DM^{CTD}} \times \frac{1+y_0^{CTD}}{1+y_0^S} \times \beta$$

$$= \frac{107.95\% + 1.576\%}{115.90\% + 3.2\%} \times \frac{8.5}{7.05} \times \frac{1+1.876\%}{1+2.079\%} \times 1$$

$$\cong 1.1067649.$$

Consequentemente,

- É necessário comprar um número de futuros igual a:

$$N = \frac{FV}{CS} \times \frac{GP_0^S}{GP_0^{CTD}} \times \frac{DM^S}{DM^{CTD}} \times \frac{1+y_0^{CTD}}{1+y_0^S} \times \beta \times CF^{CTD}$$
$$= \frac{20{,}000{,}000}{100{,}000} \times 1.1067649 \times 0.877911$$

$$= 194.33 \cong 194.$$

- É possível garantir o seguinte preço de compra:

$$\overline{GP}_T^S = 107.95\% + 1.576\%$$
$$+ \left[(130.5\% \times 0.877911 + 0.745\%) - (115.90\% + 3.2\%) \right] \times 1.1067649$$

$$\cong 105.33\%.$$

- Limitações da estratégia de *hedging*:
  i) Ignora desfasamentos temporais entre variações de margem;
  ii) Ignora a existência da *quality option*;
  iii) Assume eficiência do mercado de futuros, i.e. que $F_T \times CF^{CTD} = S_T^{CTD}$;
  iv) Pressupõe que o "rv" capta a relação entre a variação do valor das duas obrigações, da *settlement date* até ao *delivery day*, i.e.:
$$rv = \frac{\Delta GP_0^S}{\Delta GP_0^{CTD}}.$$

e)

A estratégia de cobertura é exactamente a mesma: compra de futuros 194 Euro-Bund Setembro/13.

Todavia, existe agora "risco de base" pois daqui a 73 dias (i.e. no dia 04/Jul/13) $Basis_{04/07/13}^{CTD} = S_{04/07/13}^{CTD} - F_{04/07/13} \times CF^{CTD} \neq 0$.

Ou seja, o *gross price* fixado para a CTD não é necessariamente igual a $F_{04/07/13} \times CF^{CTD} - AI_{04/07/13}^{CTD}$.

Assumindo que a base decresce linearmente ao longo do tempo, então:

$Basis_{22/04/13}^{CTD} = 115.90\% - 130.5\% \times 0.877911 = 1.3326\%$ $\leftrightarrow$ 141 dias

$Basis_{04/07/13}^{CTD} = ?$ $\leftrightarrow$ 68 dias

Portanto,

$$Basis_{04/07/13}^{CTD} \approx 1.3326\% \times \frac{68}{141} \cong 0.6427\%,$$

i.e.

$$S_{04/07/13}^{CTD} - F_{04/07/13} \times CF^{CTD} \approx 0.6427\%$$

$$\Leftrightarrow S_{04/07/13}^{CTD} = F_{04/07/13} \times CF^{CTD} + 0.6427\%$$

Consequentemente,

$$\overline{GP}_{04/07/13}^{S} = GP_0^S + \left[\left(F_0 \times CF^{CTD} + Basis_{04/07/13}^{CTD} + AI_{04/07/13}^{CTD}\right) - GP_0^{CTD}\right] \times rv$$

$$\Leftrightarrow \overline{GP}_{04/07/13}^{S} = 107.95\% + 1.576\%$$
$$+ \left[\left(130.5\% \times 0.877911 + 0.6427\% + 0\%\right) - \left(115.90\% + 3.2\%\right)\right] \times 1.1067649$$

$$\cong 105.22\%.$$

CASO 4

a)

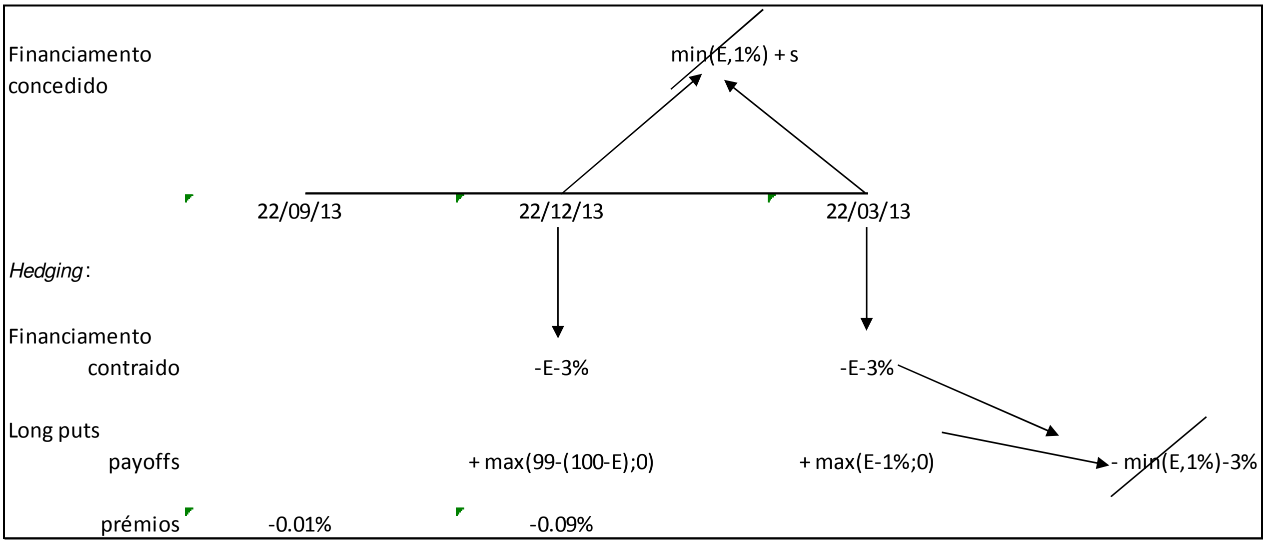
Estratégia de hedging a implementar pela instituição financeira ESC:

1) Comprar 20 (€20M/ €1M) *puts* sobre futuros Euribor a 3 meses, com vencimento em 22/Set/13 e com *strike* igual a 99.00 (=100-1). Deste modo garante-se a *cap rate* de 1% durante o primeiro trimestre de vigência do empréstimo $\Rightarrow$ Prémio a pagar = 0.01%.

2) Comprar 20 (€20M/ €1M) *puts* sobre futuros Euribor a 3 meses, com vencimento em 22/Dez/13 e com *strike* igual a 99.00 (=100-1). Deste modo garante-se a *cap rate* de 1% durante o primeiro trimestre de vigência do empréstimo $\Rightarrow$ Prémio a pagar = 0.09%.

3) Contrair no dia 22/Set/13 um financiamento a 6 meses, no valor de €20,000,000, indexado à Euribor a 3 meses e com capitalização trimestral.

O diagrama temporal seguinte resume os cash flows associados às operações em apreço, onde “s” designa o spread de *breakeven* (i.e. sem incluir a margem de intermediação nem o *credit spread*) a cobrar ao cliente:



O spread “s” tem de ser tal que o valor actual dos diversos cash flows seja igual a zero:

$$-0.01\% + \frac{s - 3\% - 0.09\%}{\left[1 + (100\% - 99.4\%) \times \frac{90}{360}\right]}$$

$$+ \frac{s - 3\%}{\left(1 + 0.6\% \times \frac{90}{360}\right) \times \left[1 + (100\% - 99.2\%) \times \frac{90}{360}\right]} = 0$$

$$\Updownarrow$$

$$-0.01\% + \frac{s - 3.09\%}{1.0015} + \frac{s - 3\%}{1.0015 \times 1.002} = 0$$

$$\Updownarrow$$

$$s \cong 3.05\%.$$

Taxa de juro efectiva do financiamento em cada trimestre:

- Euribor a 3 meses + 2% + 5% + 3.05%, caso a Euribor a 3 meses seja inferior a 1%;
- 1% + 2% + 5% + 3.05%, caso a Euribor a 3 meses seja superior a 1%.

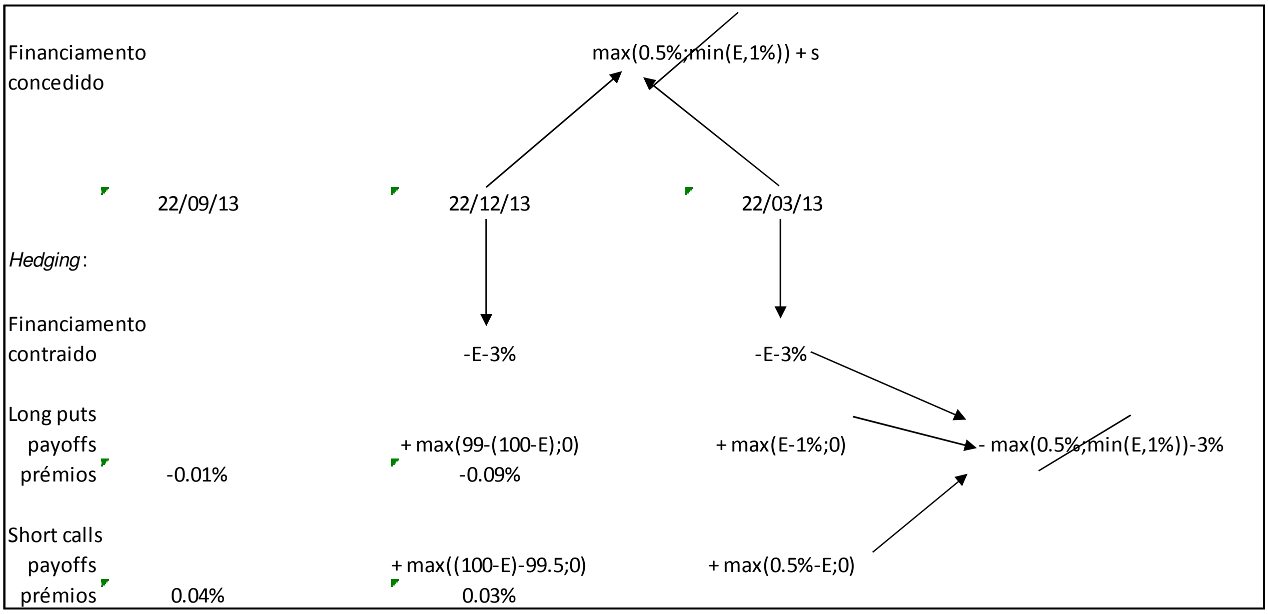
b)

Para construir uma uma *floor rate* igual a 0.5%, basta acrescentar à estratégia anterior as 2 seguintes posições:

1) Vender 20 (€20M/ €1M) *calls* sobre futuros Euribor a 3 meses, com vencimento em 22/Set/13 e com *strike* igual a 99.50 (=100-0.5). Deste modo garante-se a *floor rate* de 0.5% durante o primeiro trimestre de vigência do empréstimo ⇒ Prémio a receber = 0.04%.

2) Vender 20 (€20M/ €1M) *puts* sobre futuros Euribor a 3 meses, com vencimento em 22/Dez/13 e com *strike* igual a 99.50 (=100-0.5). Deste modo garante-se a *floor rate* de 0.5% durante o primeiro trimestre de vigência do empréstimo ⇒ Prémio a receber = 0.03%.

O diagrama temporal seguinte resume os novos cash flows associados às operações em apreço, onde "s" designa o spread de *breakeven* (i.e. sem incluir a margem de intermediação nem o *credit spread*) a cobrar ao cliente:



O spread "s" tem de ser tal que o valor actual dos diversos cash flows seja igual a zero:

$$-0.01\% + 0.04\% + \frac{s - 3\% - 0.09\% + 0.03\%}{\left[1 + (100\% - 99.4\%) \times \frac{90}{360}\right]}$$

$$+ \frac{s - 3\%}{\left(1 + 0.6\% \times \frac{90}{360}\right) \times \left[1 + (100\% - 99.2\%) \times \frac{90}{360}\right]} = 0$$

$$\Updownarrow$$

$$0.03\% + \frac{s - 3.06\%}{1.0015} + \frac{s - 3\%}{1.0015 \times 1.002} = 0$$

$$\Updownarrow$$

$$s \cong 3.015\%.$$

Taxa de juro efectiva do financiamento em cada trimestre:

- 1% + 2% + 5% + 3.015%, caso a Euribor a 3 meses seja superior a 1%.
- 0.5% + 2% + 5% + 3.015%, caso a Euribor a 3 meses seja inferior a 0.5%;
- Euribor a 3 meses + 2% + 5% + 3.015%, caso a Euribor a 3 meses seja inferior a 1% e superior a 0.5%.