GESTÃO DE ACTIVOS E PASSIVOS
PÓS-GRADUAÇÃO EM MERCADOS E ACTIVOS FINANCEIROS
EXAME - Resolução
16/02/06 **Duração: 2.5 horas**

CASO 1

a) Identifique duas limitações associadas à imunização do rácio de autonomia financeira via eliminação do *duration gap*.

- Toda as limitações associadas ao conceito de duration: trata-se de um efeito de 1ª ordem (i.e. ignora os termos de ordem superior na expansão em série de Taylor, nomeadamente a convexidade); e apenas imuniza face aos choques de taxas de juro acomodados pelo conceito de duração utilizado.
- Pressupõe-se que o choque de taxas de juro é igual para as diversas rubricas de activos e passivos.

b) O preço de venda fixado hoje (momento 0), via venda de futuros, para o *delivery day* (momento T) e para uma obrigação que não a *cheapest-to-deliver* é dado pela seguinte expressão: $\overline{G}\overline{P}_T^S = GP_0^S + \left[\left(F_0 \times CF^{CTD} + AI_T^{CTD}\right) - GP_0^{CTD}\right] \times rv$. Pretende-se que adapte a anterior expressão para a hipótese de o período de *hedging* terminar num momento $t \in \left]0, T\right[$ anterior à data de vencimento do futuro.

Na data de vencimento do futuro,

$$S_T^{CTD} = F_T \times CF^{CTD} \Leftrightarrow Basis_T^{CTD} = S_T^{CTD} - F_T \times CF^{CTD} = 0.$$

Todavia, no momento t a base da CTD não é conhecida. A solução consiste em estimá-la via, por exemplo, interpolação linear:

$Basis_0^{CTD} = S_0^{CTD} - F_0 \times CF^{CTD}$ ---------------------- a T dias do vencimento

$Basis_t^{CTD} = S_t^{CTD} - F_t \times CF^{CTD} = ?$ ---------------------- a T-t dias do vencimento

Então,

$$Basis_t^{CTD} = S_t^{CTD} - F_t \times CF^{CTD} = Basis_0^{CTD} \times \frac{T-t}{T} \qquad (1)$$

A estratégia de hedging a implementar no momento 0 consiste em:
i) Comprar a obrigação não CTD com um valor nominal FV e por um valor de transacção igual a GP_0^S ; e

ii) Vender futuros com vencimento no momento T e em número

$$N = \frac{FV}{CS} \times rv \times CF^{CTD}. \tag{2}$$

No momento t é necessário:

	Cash flows
Vender as obrigações em carteira	$+FV \times GP_t^S$
Comprar N futuros (offsetting) (variações de margem)	$-CS \times N \times (F_t - F_0)$

Em suma, as obrigações serão vendidas, no momento t por

$$+FV \times GP_t^S - CS \times N \times (F_t - F_0). \tag{3}$$

No entanto, tal preço de venda é desconhecido no momento 0 visto GP_t^S e F_t serem variáveis aleatórias. Solução: estimar tais variáveis com base no pressuposto (1) sobre a evolução da base da CTD. Para o efeito, e atendendo à definição de rácio de volatilidade,

$$rv = \frac{GP_t^S - GP_0^S}{GP_t^{CTD} - GP_0^{CTD}}$$

$$\Leftrightarrow GP_t^S = GP_0^S + rv \times \left(S_t^{CTD} + AI_t^{CTD} - GP_0^{CTD}\right) \tag{4}$$

Combinando as equações (1) e (4),

$$GP_t^S = GP_0^S + rv \times \left(F_t \times CF^{CTD} + Basis_0^{CTD} \times \frac{T-t}{T} + AI_t^{CTD} - GP_0^{CTD}\right). \tag{5}$$

Combinando as equações (2), (3) e (5),

$$+FV \times GP_t^S - CS \times N \times (F_t - F_0)$$

$$= FV \times \left[GP_0^S + rv \times \left(F_t \times CF^{CTD} + Basis_0^{CTD} \times \frac{T-t}{T} + AI_t^{CTD} - GP_0^{CTD}\right)\right]$$
$$- CS \times \frac{FV}{CS} \times rv \times CF^{CTD} \times (F_t - F_0)$$

$$= FV \times \left[GP_0^S + rv \times \left(F_0 \times CF^{CTD} + AI_t^{CTD} + Basis_0^{CTD} \times \frac{T-t}{T} - GP_0^{CTD}\right)\right]$$

Em suma,

$$\overline{GP}_T^S = GP_0^S + rv \times \left(F_0 \times CF^{CTD} + AI_t^{CTD} + Basis_0^{CTD} \times \frac{T-t}{T} - GP_0^{CTD} \right).$$

c) Admita pretender contrair um financiamento a 3 meses, daqui a 3 meses e indexado à Euribor a 3 meses. Identifique a estratégia de investimento a implementar no mercado de opções sobre futuros Euribor a 3 meses de forma a fixar a taxa de juro do financiamento.

Dever-se-á comprar uma put sobre futuros Euribor a 3 meses e com vencimento daqui a 3 meses de forma a fixar uma taxa máxima de financiamento (caso a Euribor a 3 meses, daqui a 3 meses supere a taxa de juro implícita ao strike da put). Simultaneamente dever-se-á vender uma call sobre futuros Euribor a 3 meses, com igual strike e com vencimento daqui a 3 meses. Esta última posição definirá uma taxa mínima de financiamento igual à anterior taxa máxima (i.e. igual à taxa de juro implícita ao strike acrescida pelo prémio da put e deduzido do prémio da call), caso a Euribor a 3 meses, daqui a 3 meses seja inferior à taxa de juro implícita ao strike da call. Ou seja, em qualquer cenário, a taxa de juro do financiamento está já pré-fixada.

<u>CASO 2</u>

a)

- DBR 3.25% 04/Jul/2015:

Long 1st coupon = $2.43\% + 3.25\% \times {}^{137}\!/_{365} \cong 3.65\%.$

$$IRR = \left\{ \frac{\left(119.68\% \times 0.815814 + 3.25\% \times \frac{206-137}{365}\right) + 3.65\% \times \left[1 + f\left(0, \frac{137}{360}, \frac{206}{360}\right) \times \frac{206-137}{360}\right]}{98.17\% + 2.43\%} - 1 \right\} \times \frac{360}{206}$$

A taxa de reinvestimento do *cash flow* intermédio pode ser estimada via taxa de juro forward $f\left(0, \frac{137}{360}, \frac{206}{360}\right)$:

$$1+2.74\%\times\frac{206}{360}=\left(1+2.6\%\times\frac{137}{360}\right)\times\left[1+f\left(0,\frac{137}{360},\frac{206}{360}\right)\times\frac{206-137}{360}\right]$$

$$\Leftrightarrow f\left(0,\frac{137}{360},\frac{206}{360}\right)\cong 2.988\%.$$

Portanto,

$$IRR=\left\{\frac{\left(119.68\%\times 0.815814+3.25\%\times\frac{69}{365}\right)+3.65\%\times\left[1+2.988\%\times\frac{69}{360}\right]}{98.17\%+2.43\%}-1\right\}\times\frac{360}{206}\cong 2.30\%$$

- DBR 3.5% 04/Jan/2016:

$$IRR=\left\{\frac{\left(119.68\%\times 0.825181+0.81\%+3.5\%\times\frac{206}{365}\right)}{99.98\%+0.81\%}-1\right\}\times\frac{360}{206}\cong 1.31\%<2.30\%.$$

Portanto a OMC é o DBR 3.25% 04/Jul/2015, visto possuir uma maior IRR.

b)

b.1) Carteira de activos a constituir hoje:

i) Contrair financiamento a 206 dias, no valor de EUR1,006,000 e à taxa de 2.74%.

ii) Comprar a CTD i.e. o DBR 3.25% 04/Jul/2015 com valor nominal igual a

$$\frac{EUR1{,}006{,}000}{98.17\%+2.43\%}=EUR1M.$$

iii) Venda de futuros Setembro/06 com vista a fixar o preço de venda da CTD para o dia 11/Set/06. Número de futuros a vender:

$$N=\frac{EUR1M}{EUR0.1M}\times 0.815814\cong 8.$$

b.1) Resultado da estratégia:

Preço de venda fixado:	$+ \ EUR1M \times \left(119.68\% \times 0.815814 + 3.25\% \times \frac{206-137}{365}\right)$ =+EUR1Mx98.25%
Cupão intermédio:	$+ \ EUR1M \times 3.65\% \times \left(1 + 2.988\% \times \frac{69}{360}\right)$ =+EUR1Mx3.671%
Valor acumulado do financiamento:	$- \ EUR1M \times 100.60\% \times \left(1 + 2.74\% \times \frac{206}{360}\right)$ =-EUR1Mx102.18%
RESULTADO:	-EUR1Mx0.255%

c)

- Fair value do futuro ignorando delivery options:

$$F_0^e = \frac{1}{0.815814}\left[100.60\% \times \left(1 + 2.74\% \times \frac{206}{360}\right) - 3.65\% \times \left(1 + 2.988\% \times \frac{69}{360}\right) - 3.25\% \times \frac{69}{365}\right]$$
$$\cong 119.99\%.$$

- Valor da quality option: 119.99% - 119.68% = 0.31%.

d)

Para fixar um preço de venda para o dia 11/Set/2006 (delivery day dos futuros) é necessário vender hoje o seguinte número de futuros Euro-Bund Setembro/06:

$$N = \frac{30,000,000}{100,000} \times \frac{99.98\% + 0.81\%}{98.17\% + 2.43\%} \times \frac{8.46}{8.03} \times \frac{1 + 3.48\%}{1 + 3.5\%} \times 0.97 \times 0.815814$$

$$= 250.54 \cong 251.$$

Via venda de futuros Euro-Bund Setembro/06 é possível fixar hoje o seguinte preço de venda para 11/Set/06:

$$\overline{\mathrm{GP}}_{\mathrm{T}}^{\mathrm{S}} = \mathrm{GP}_0^{\mathrm{S}} + \left[\left(\mathrm{F}_0 \times \mathrm{CF}^{\mathrm{CTD}} + \mathrm{AI}_{\mathrm{T}}^{\mathrm{CTD}}\right) - \mathrm{GP}_0^{\mathrm{CTD}}\right] \times \mathrm{rv},$$

sendo o “rácio de volatilidade” dado por

$$rv = \frac{99.98\% + 0.81\%}{98.17\% + 2.43\%} \times \frac{8.46}{8.03} \times \frac{1 + 3.48\%}{1 + 3.5\%} \times 0.97 \cong 1.023675.$$

Portanto,

$$\overline{GP}_T^S = 99.98\% + 0.81\% + \left[\left(119.68\% \times 0.815814 + 3.25\% \times \frac{206 - 137}{365}\right) - 100.60\%\right] \times 1.023675$$

$\cong 98.39\%$.

e)

Requisitos da imunização multiperíodo:

1) VA = VL = EUR55,000,000.

2) DA = 6 anos.

Para o efeito, é necessário combinar o BT (DM=1y<6y) com uma das obrigações entregáveis (ou com ambas). Visto o DBR 3.25% 04/Jul/2015 possuir maior IRR, será este o escolhido para integrar a carteira de activos.

Composição da carteira de activos:

$$\begin{cases} 1\,x_{BT} + 8.03\,x_{2015} = 6 \\ x_{2012} + x_{2013} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (1 - x_{2015}) + 8.03\,x_{2015} = 6 \\ x_{BT} = 1 - x_{2015} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{2015} \cong 71.12\% \\ x_{BT} \cong 28.88\% \end{cases}$$

3. IA $\geq$ IL

Índice de dispersão do BT = $\frac{(1 - 6)^2 \times 97.18\%}{97.18\%} = 25.$

$$IA = 71.12\% \times 11.14 + 28.88\% \times 25 \cong 15.14 > 7.3.$$

É necessário constituir a seguinte carteira de activos:

Obrigação	%	Investimento		VN
DBR 2015	71.12%	EUR 39,116,000	÷ 100.60%	EUR 38,882,703.78
BT	28.88%	EUR 15,884,000	÷ 97.18%	EUR 16,344,926.94
		EUR55,000,000		

Portanto, há que vender BTs com VN= EUR50,000,000- EUR 16,344,926.94 e comprar DBR 3.25% 04/Jul/2015 com VN= EUR 38,882,703.78.

f)

Regra de imunização: $DA = DL$

$$DA = \frac{50 \times 0.1 + 600 \times 8 + 200 \times 12}{950} \cong 7.58$$

$$DL = \frac{750 \times 20}{800} \cong 18.75$$

Portanto, a regra de imunização não é actualmente satisfeita.

É necessário aumentar a duração da carteira de activos de 7.58 anos para 18.75 anos (duração objectivo). Para o efeito, é necessário comprar o seguinte número de futuros:

$$N = \frac{950{,}000{,}000}{100{,}000 \times 100.60\%} \times \frac{18.75 - 7.58}{8.03} \times 0.97 \times 0.815814 \cong 10{,}395.$$

CASO 3

a)

$$C_0^{FSM}\left(F=97.30\%;X=97.25\%;T=\frac{30}{360}\right)$$

$$=c_0^{FSM}\left(F=97.30\%;X=97.25\%;T=\frac{30}{360}\right)$$

$$=p_0^{FSM}\left(100-F=2.7\%;100-X=2.75\%;T=\frac{30}{360}\right)$$

$$=-2.7\%\times N\left(-d_1^y\right)+2.75\%\times N\left(-d_2^y\right),$$

sendo

$$d_1^y=\frac{\ln\left(2.7\%/2.75\%\right)+\frac{(0.40)^2}{2}\times\frac{30}{360}}{0.40\times\sqrt{\frac{30}{360}}}=-0.1012\cong-0.10.$$

$$d_2^y=-0.1012-0.40\times\sqrt{\frac{30}{360}}=-0.2166\cong-0.22.$$

Utilizando a tabela da distribuição normal,

$$N\left(-d_1^y\right)=N(0.1)=0.5398.$$

$$N\left(-d_2^y\right)=N(0.22)=0.5871.$$

Portanto,

$$C_0^{FSM}\left(F=97.30\%;X=97.25\%;T=\frac{30}{360}\right)$$

$$=-2.7\%\times0.5398+2.75\%\times0.5871\cong0.1520\%.$$

b)

b.1) $y_{1,0}=?$

$$d = \exp\left(-40\% \times \sqrt{\frac{30/360}{6}}\right) \cong 0.9540.$$

$$y_{1,0} = 2.7 \times 0.9540 \cong 2.5758\%.$$

b.2) $F_{6,0} = ?$

$$F_{6,0} = 100 - 2.0348 = 97.9652.$$

b.3) $C_{6,0} = ?$

$$C_{6,0} = \max(0; 97.9652 - 97.25) = 0.7152.$$

b.4) $C_{0,0} = ?$

$$r = 12 \times \ln\left(1 + 2.3\% \times \frac{1}{12}\right) \cong 2.298\%.$$

$$\phi = \frac{1 - 0.9540}{(0.9540)^{-1} - 0.9540} \cong 0.4882$$

$$C_{0,0} = \max\left(97.3 - 97.25; e^{-2.298\% \times \frac{1}{72}} \times [0.4882 \times 0.083 + (1 - 0.4882) \times 0.2198]\right) \cong 0.1530.$$

c)

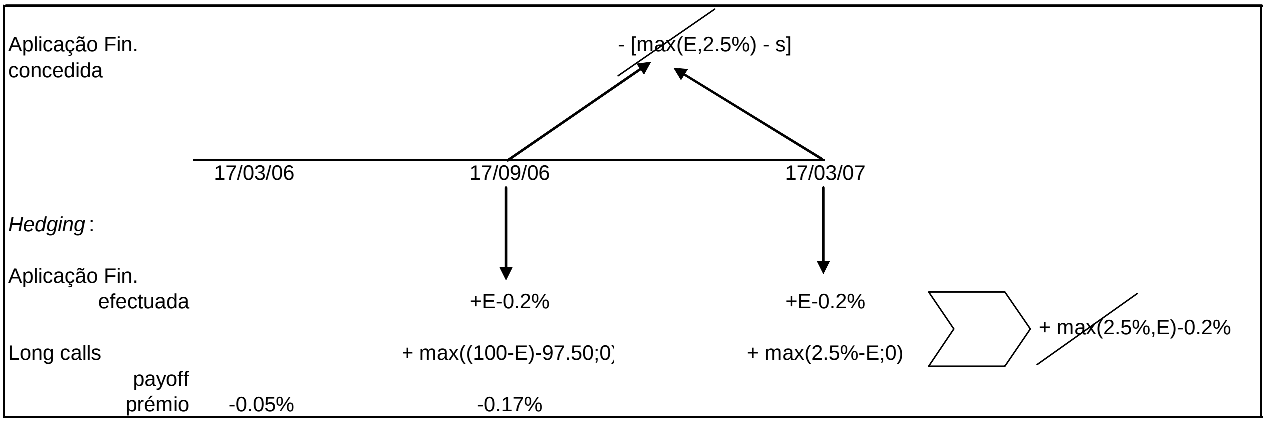
Estratégia de hedging a implementar pela instituição financeira EVN:

1) Comprar 50 (EUR50M/EUR1M) calls sobre futuros Euribor a 6 meses, com vencimento em 17/Mar/06 e com strike igual a 97.50 (=100-2.50). Deste modo garante-se a *floor rate* de 2.5% durante o primeiro semestre de vigência do empréstimo.

2) Comprar 50 (EUR50M/EUR1M) calls sobre futuros Euribor a 6 meses, com vencimento em 17/Set/06 e com strike igual a 97.50 (=100-2.50). Deste modo garante-se a *floor rate* de 2.5% durante o segundo semestre de vigência do empréstimo.

3) Efectuar no dia 17/Mar/06 uma aplicação financeira a 12 meses, no valor de EUR50,000,000, indexado à Euribor a 6 meses e com capitalização semestral.

O diagrama temporal seguinte resume os cash flows associados às operações em apreço, onde “s” designa o spread de breakeven (i.e. sem incluir a margem de intermediação) a cobrar ao cliente:



O spread “s” tem de ser tal que o valor actual dos diversos cash flows seja igual a zero:

$$-0.05\% + \frac{s - 0.2\% - 0.17\%}{1 + (100\% - 97.30\%) \times \frac{180}{360}}$$

$$+ \frac{s - 0.2\%}{\left(1 + 2.7\% \times \frac{180}{360}\right) \times \left[1 + (100\% - 97.10\%) \times \frac{180}{360}\right]} = 0$$

$$\Updownarrow$$

$$-0.05\% + \frac{s - 0.20\% - 0.17\%}{1.0135} + \frac{s - 0.2\%}{1.0135 \times 1.0145} = 0$$

$$\Updownarrow$$

$s \cong 0.31\%.$

Taxa de juro efectiva da AF em cada semestre:

- Euribor a 6 meses - 0.31% - 0.30%, caso a Euribor seja superior a 2.5%;
- 2.5% – 0.31% - 0.30%, caso contrário.