GESTÃO DE ACTIVOS E PASSIVOS
PÓS-GRADUAÇÃO EM MERCADOS E ACTIVOS FINANCEIROS
EXAME - Resolução

28/04/05 **Duração: 2.5 horas**

CASO 1

a) Comente a seguinte afirmação e classifique-a como sendo verdadeira ou falsa: "Não é possível saber exactamente e a priori qual o preço de venda fixado para a *cheapest-to-deliver* via venda de futuros sobre obrigações".

Afirmação verdadeira.
O preço fixado só é igual a $\left(F_0 \times CF^{CTD} + AI_T^{CTD}\right)$ caso se verifiquem os seguintes pressupostos (os quais são de verificação incerta):

i) Convergência, no last trading day da cotação da CTD com a cotação do futuro, corrigida pelo factor de conversão; e
ii) Não consideração dos desfasamentos temporais associados às variações de margem.

b) Comente a seguinte afirmação e classifique-a como sendo verdadeira ou falsa: "Uma posição longa sobre um *receiver swaption* combinada por uma posição curta sobre um *payer swaption* (com idêntica fichas técnicas) corresponde a um *forward* IRS com taxa fixa (a receber) igual ao *strike* dos *swaptions*".

Afirmação verdadeira.
Via paridade receiver-payer:

$$\mathrm{Receiver}(t_0) - \mathrm{Payer}(t_0) = \left[k - x(t_0, t_u, t_{u+n})\right]\delta\sum_{i=1}^{n} P(t_0, t_{u+i})$$

Por outro lado, a forward swap rate é dada por:

$$x(t_0, t_u, t_{u+n}) = \frac{P(t_0, t_u) - P(t_0, t_{u+n})}{\delta\sum_{i=1}^{n} P(t_0, t_{u+i})}$$

Combinando as 2 expressões,

$$\mathrm{Receiver}(t_0) - \mathrm{Payer}(t_0) = \left[k - \frac{P(t_0, t_u) - P(t_0, t_{u+n})}{\delta \sum_{i=1}^{n} P(t_0, t_{u+i})} \right] \delta \sum_{i=1}^{n} P(t_0, t_{u+i})$$

$$= \left[k\delta \sum_{i=1}^{n} P(t_0, t_{u+i}) + P(t_0, t_{u+n}) \right] - P(t_0, t_u)$$

O primeiro termo (entre parêntesis rectos) representa o valor actual do ramo fixo. O segundo termo representa o valor actual do ramo variável do IRS.

c) Comente a seguinte afirmação e classifique-a como sendo verdadeira ou falsa: "Uma *put* sobre futuros de taxas de juro a 3 meses é equivalente a uma *call* sobre a respectiva taxa de juro *forward*".

Afirmação verdadeira.

Considere-se o payoff terminal de uma put sobre o futuro "F", com strike "X" e vencimento no momento "T":

$$p_T(F, X, T) = \max(X - F_T; 0)$$

Uma vez que, no vencimento, a yield implícita ao futuro converge para a taxa nominal subjacente, ou seja,

$$F_T = 100 - L(T, T + 3M),$$

então:

$$p_T(F, X, T) = \max[X - 100 + L(T, T + 3M); 0]$$

$$= \max[L(T, T + 3M) - (100 - X); 0]$$

Ora,

$$L(T, T + 3M) = L(T, T, T + 3M).$$

CASO 2

a)

Equação para o factor de desconto:

$$\delta(t) = 1 + b_0 t + c_0 t^2 + d_0 t^3 + (d_1 - d_0)(t - \lambda_1)^3 D_1^*(t) + (d_2 - d_1)(t - \lambda_2)^3 D_2^*(t).$$

Substituindo as variáveis por valores,

$$\delta(6) = 1 - 0.02 \times 6 - 0.002 \times 6^2 + 0.0001 \times 6^3 + 0.00002 \times (6-5)^3 \times 1 - 0.0003 \times (6-10)^3 \times 0$$

$\cong 0.82962.$

Taxa spot efectiva anual:

$$r(0,6) = \left(\frac{1}{0.82962}\right)^{1/6} - 1 \cong 3.162\%.$$

b)

$$B_0 = 114\% - 0.02 \times 3.8631 - 0.002 \times 13.5420 + 0.0001 \times 47.9450 + 0.00002 \times 1.2783 - 0.0003 \times 0$$

$\cong 104.05\%$

Via preços *ask*, apenas é possível formular uma decisão de compra ou não compra.

Uma vez que $B_0 = 104.05\% > VT = 103.75\%$, dever-se-á formular uma decisão de compra.

CASO 3

a)

- DBR 4.25% 04/Jul/2014:

Long 1st coupon = $3.91\% + 4.25\% \times 66/365 \cong 4.6796\%.$

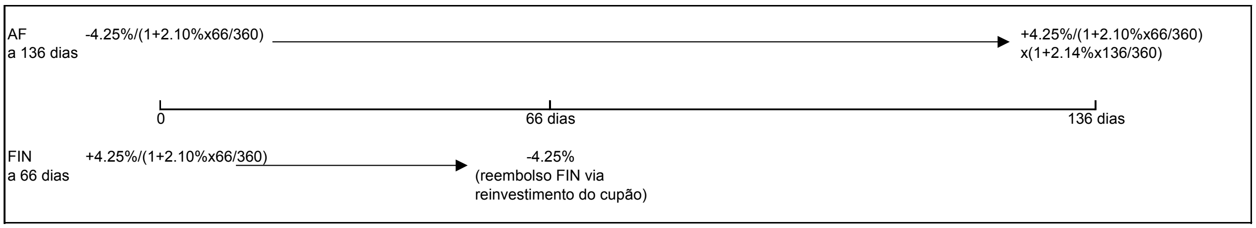
$$IRR = \left\{ \frac{\left(120.14\% \times 0.882720 + 4.25\% \times \frac{136-66}{365}\right) + 4.6796\% \times \left[1 + f\left(0, \frac{66}{360}, \frac{136}{360}\right) \times \frac{70}{360}\right]}{106.76\% + 3.91\%} - 1 \right\} \times \frac{360}{136}$$

Relativamente à taxa de reinvestimento do *cash flow* intermédio, $f\left(0,\frac{66}{360},\frac{136}{360}\right)$, a mesma pode ser fixada da seguinte forma:

i) Contrair hoje um financiamento a 66 dias, à taxa de 2.10%, e num montante igual ao valor actual do valor a investir daqui a 66 dias (ou seja, pelo present value dos 4.25%);

ii) Aplicar hoje o montante do financiamento obtido, a 136 dias e à taxa de 2.14%.

O diagrama seguinte resume os cash flows associados à estratégia anterior.



Na prática, garante-se um investimento de 4.25% daqui a 66 dias e um valor acumulado, daqui a 136 dias, igual a $4.25\%\times\frac{1+2.14\%\times{}^{136}\!/_{360}}{1+2.10\%\times{}^{66}\!/_{360}}$. Ou seja, garante-se uma taxa de reinvestimento igual a:

$$f\left(0,\frac{66}{360},\frac{136}{360}\right)=\frac{4.25\%\times\frac{1+2.14\%\times{}^{136}\!/_{360}}{1+2.10\%\times{}^{66}\!/_{360}}-4.25\%}{4.25\%}\times\frac{360}{136-66}\cong 2.169\%.$$

Portanto,

$$IRR=\left\{\frac{\left(120.14\%\times 0.882720+4.6796\%\times\frac{136-66}{365}\right)+4.25\%\times\left[1+2.169\%\times\frac{70}{360}\right]}{106.76\%+3.91\%}-1\right\}\times\frac{360}{136}\cong 2.14\%$$

- DBR 3.75% 04/Jan/2015:

$$\text{IRR} = \left\{ \frac{\left(120.14\% \times 0.842651 + 1.58\% + 3.75\% \times \frac{136}{365}\right)}{102.59\% + 1.58\%} - 1 \right\} \times \frac{360}{136} \cong 0.11\% < 2.14\%.$$

Portanto a OMC é o DBR 4.25% 04/Jul/2014, visto possuir uma maior IRR.

b)

$$\text{CF} = -4\% \times \frac{70}{365} + \left[4\% \times \text{A}_{9|6\%} + \frac{100\%}{(1+6\%)^9} \right] \times (1+6\%)^{70/365}$$

$$= -4\% \times \frac{70}{365} + \left[4\% \times \frac{1-(1+6\%)^{-9}}{6\%} + \frac{100\%}{(1+6\%)^9} \right] \times (1+6\%)^{70/365}$$

$\cong 0.866004.$

c)

É necessário:

i) Comprar mais obrigações para igualar o valor dos activos ao valor actual das responsabilidades; e

ii) Comprar futuros de modo a aumentar a duração dos activos até aos 10 anos.

Valor nominal (VN) a comprar do DBR 4.25% 04/Jul/2014 (visto possuir maior IRR):

$$\text{EUR21M} = \text{EUR20M} + \text{VN} \times (106.76\% + 3.91\%)$$

$\Leftrightarrow$ VN $\cong$ EUR903,577.84.

Consequentemente, a DFW dos activos aumenta para:

$$\text{DFW} = 4 \times \frac{\text{EUR20M}}{\text{EUR21M}} + 7.57 \times \frac{\text{EUR903,577.84} \times (106.76\% + 3.91\%)}{\text{EUR21M}} \cong 4.17.$$

Via futuros é agora necessário aumentar a duração da carteira de 4.17 para 10 anos e, portanto, é necessário comprar futuros Euro-Bund Setembro/05.

Número de futuros a comprar:

$$N = \frac{21{,}000{,}000}{100{,}000 \times (106.76\% + 3.91\%)} \times \frac{10 - 4.17}{7.57} \times 1 \times 0.882720$$

$$= 128.9973 \cong 129.$$

Na fórmula anterior assumimos igual magnitude para os choques multiplicativos sobre a CTD e sobre a carteira de activos, visto tratarem-se de obrigações pertencentes a igual classe de risco.

d)

Para fixar um preço de venda para o dia 12/Set/2005 (delivery day dos futuros) é necessário vender hoje o seguinte número de futuros Euro-Bund Setembro/05:

$$N = \frac{20{,}000{,}000}{100{,}000} \times \frac{102.59\% + 1.58\%}{106.76\% + 3.91\%} \times \frac{8.2}{7.57} \times 1 \times 0.882720$$

$$= 180.0047 \cong 180.$$

Via venda de futuros Euro-Bund Setembro/05 é possível fixar hoje o seguinte preço de venda para 12/Set/05:

$$\overline{GP}_T^S = GP_0^S + \left[\left(F_0 \times CF^{CTD} + AI_T^{CTD}\right) - GP_0^{CTD}\right] \times rv,$$

sendo o "rácio de volatilidade" dado por

$$\begin{aligned} rv &= \frac{GP_0^S}{GP_0^{CTD}} \times \frac{DFW^S}{DFW^{CTD}} \times 1 \\ &= \frac{102.59\% + 1.58\%}{106.76\% + 3.91\%} \times \frac{8.2}{7.57} \times 1 \cong 1.019602. \end{aligned}$$

Portanto,

$$\overline{GP}_T^S = 102.59\% + 1.58\% + \left[\left(120.14\% \times 0.882720 + 4.25\% \times \frac{70}{365}\right) - (106.76\% + 3.91\%)\right] \times 1.019602$$

$$\cong 100.29\%.$$

CASO 4

a)

$$\text{Caplet}_0 = \text{EUR}1 \times \frac{90}{360} \times c_0\left[E(0,12/\text{Jun}/05,12/\text{Set}/05);2.5\%;12/\text{Set}/05\right]$$

Aplicando a fórmula de Black,

$$c_0\left[E(0,12/\text{Jun}/05,12/\text{Set}/05);2.5\%;12/\text{Set}/05\right]$$

$$= P(0,12/\text{Set}/05) \times \left[E(0,12/\text{Jun}/05,12/\text{Set}/05) \times N(d_1) - 2.5\% \times N(d_2)\right]$$

$$= \frac{1}{\left(1 + 2\% \times \frac{44}{360}\right) \times \left[1 + (100\% - 97.75\%) \times \frac{90}{360}\right]} \times \left[(100\% - 97.75\%) \times N(d_1) - 2.5\% \times N(d_2)\right]$$

sendo

$$d_1 = \frac{\ln\left(2.25\% / 2.5\%\right) + \frac{(0.30)^2}{2} \times \frac{44}{360}}{0.30 \times \sqrt{\frac{44}{360}}} = -0.9521 \cong -0.95.$$

$$d_2 = -0.9521 - 0.30 \times \sqrt{\frac{44}{360}} = -1.0570 \cong -1.06.$$

Utilizando a tabela da distribuição normal,

$$N(d_1) = 1 - N(0.95) = 1 - 0.8289 = 0.1711.$$

$$N(d_2) = 1 - N(1.06) = 1 - 0.8554 = 0.1446.$$

Portanto,

$$c_0\left[E(0,12/\text{Jun}/05,12/\text{Set}/05);2.5\%;12/\text{Set}/05\right]$$

$$= 0.9920 \times \left[2.25\% \times 0.1711 - 2.5\% \times 0.1446\right]$$

$$\cong 0.0002326.$$

e

$$\text{Caplet}_0 = \text{EUR}1 \times \frac{90}{360} \times 0.0002326 \cong \text{EUR}0.00005815.$$

b)

Estratégia de hedging:

b.1) Comprar um caplet sobre a Euribor a 3 meses, com strike igual a 2.5%, contract size igual a EUR20M e com início no dia 12/Jun/05. Deste modo garante-se a *cap rate* de 2.5% durante o primeiro trimestre de vigência do empréstimo.

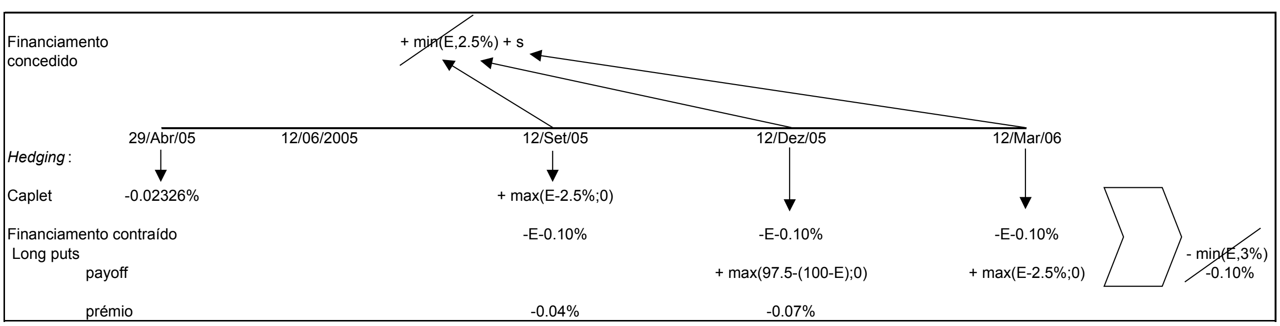
b.2) Comprar 20 (EUR20M/EUR1M) puts sobre futuros Euribor a 3 meses, com vencimento em 12/Set/05 e com strike igual a 97.50 (=100-2.50). Deste modo garante-se a *cap rate* de 2.5% durante o segundo trimestre de vigência do empréstimo.

b.3) Comprar 20 (EUR20M/EUR1M) puts sobre futuros Euribor a 3 meses, com vencimento em 12/Dez/05 e com strike igual a 97.50 (=100-2.50). Deste modo garante-se a *cap rate* de 2.5% durante o terceiro trimestre de vigência do empréstimo.

b.4) Contrair no dia 12/Jun/05 um financiamento a 9 meses, no valor de EUR20,000,000, indexado à Euribor a 3 meses e com capitalização trimestral.

c)

O diagrama temporal seguinte resume os cash flows associados às operações em apreço, onde "s" designa o spread de breakeven (i.e. sem incluir a margem de intermediação) a cobrar ao cliente:



O spread "s" tem de ser tal que o valor actual dos diversos cash flows seja igual a zero:

$$-0.02326\% + \frac{s - 0.10\% - 0.04\%}{\left(1 + 2\% \times \frac{44}{360}\right) \times \left[1 + (100\% - 97.75\%) \times \frac{90}{360}\right]}$$

$$+ \frac{s - 0.10\% - 0.07\%}{\left(1 + 2\% \times \frac{44}{360}\right) \times \left[1 + 2.25\% \times \frac{90}{360}\right] \times \left[1 + (100\% - 97.70\%) \times \frac{90}{360}\right]}$$

$$+ \frac{s - 0.10\%}{\left(1 + 2\% \times \frac{44}{360}\right) \times \left[1 + 2.25\% \times \frac{90}{360}\right] \times \left[1 + 2.30\% \times \frac{90}{360}\right] \times \left[1 + (100\% - 97.90\%) \times \frac{90}{360}\right]} = 0$$

$$\Updownarrow$$

$$-0.02326\% + \frac{s - 0.10\% - 0.04\%}{1.008083} + \frac{s - 0.10\% - 0.07\%}{1.01388} + \frac{s - 0.10\%}{1.01920} = 0$$

$$\Updownarrow$$

$s \cong 0.1446\%$.

Taxa de juro efectiva do financiamento em cada trimestre:

- Euribor a 3 meses + 0.1446% + 0.30%, caso a Euribor seja inferior a 2.5%;
- 2.5% – 0.1446% + 0.30%, caso contrário.