GESTÃO DE ACTIVOS E PASSIVOS
MESTRADO EXECUTIVO EM MERCADOS E ACTIVOS FINANCEIROS
EXAME - Resolução
27/04/10 **Duração: 2.5 horas**

CASO 1

Responda (sucinta e objectivamente) a somente duas das seguintes questões:

a) Comente a seguinte afirmação e classifique-a como sendo verdadeira ou falsa: "Mesmo assumindo a inexistência de *delivery options*, o *fair value* de um futuro sobre obrigações deverá ser, na óptica do comprador, sempre inferior ao valor determinado pelo *cost-of-carry model*".

Afirmação verdadeira.

Isto porque o *cost-of-carry model* ignora o desfazamento temporal entre as várias variações diárias de margem, quanto, na prática, o reinvestimento ou refinanciamento diário das mesmas favorece o vendedor em deterimento do comprador.

Com efeito:

1) O comprador recebe (e reinveste) variações de margem quando a cotação do futuro sobe, i.e. quando as taxas de juro descem, o que obriga o comprador a aplicar tais variações a taxas de juro mais baixas; e
2) O comprador paga (e financia) variações de margem quando a cotação do futuro desce, i.e. quando as taxas de juro sobem, o que obriga o comprador a financiar tais variações a taxas de juro mais altas.

b) Defina a regra de imunização do valor de mercado dos capitais próprios de uma Instituição Financeira, assumindo que o impacto de uma variação das taxas de juro spot sobre o valor de mercado dos activos é superior em 25% ao impacto provocado sobre o valor dos passivos.

Seja λ_A o valor do choque multiplicativo das taxas spot sobre o valor dos activos e λ_L o valor do choque multiplicativo das taxas spot sobre o valor dos passivos. Pressupõe-se então que

$$\lambda_A = 1.25\lambda_L. \qquad (1)$$

Por outro lado, sabemos que:

$$\Delta E \approx \Delta A - \Delta L$$
$$\Delta E \approx -A \times DA \times \lambda_A - L \times DL \times \lambda_L \qquad (2)$$

Combinando as equações (1) e (2), então

$$\Delta E \approx -A \times DA \times 1.25\lambda_L - L \times DL \times \lambda_L$$

$$\Delta E \approx -A \times \left(DA \times 1.25 - \frac{L}{A} \times DL \right) \times \lambda_L .$$

Consequentemente, a regra de imunização passará não pela anulação do *leverage adjusted duration gap* mas sim por garantir a seguinte condição:

$$DA \times 1.25 - \frac{L}{A} \times DL = 0.$$

c) Comente a seguinte afirmação e classifique-a como sendo verdadeira ou falsa: "A eficácia do *hedging* de um *floor* via opções sobre futuros da Euribor a 3 meses é limitada pelo facto de não ser possível aplicar fundos a taxas de juro *offer*".

Afirmação falsa.

Para estimar correctamente a taxa de juro mínima garantida é apenas necessário antecipar o spread (sa) entre a taxa de aplicação de fundos e a taxa Euribor.

Assim, a taxa garantida em cada período de capitalização é dada por:

(100%-strike) – sa –prémios –margem de intermediação.

<u>CASO 2</u>

a)

Para o efeito, é necessário que sejam verificadas 3 condições:

1. VA = VL

$$VA = VL = \frac{€5,000,000}{(1+3\%)^4} + \frac{€10,000,000}{(1+4\%)^5} \cong €12,661,706.31.$$

2. DA = DL

$$DA = DL = \frac{4 \times \frac{€5{,}000{,}000}{(1+3\%)^4} + 5 \times \frac{€10{,}000{,}000}{(1+4\%)^5}}{€12{,}661{,}706.31} \cong 4.65.$$

Tal implica a seguinte composição para a carteira de activos, sendo w_{2013} (w_{2019}) o peso relativo da OT 2013 (OT 2019):

$$\begin{cases} 2.97 w_{2013} + 7.82 w_{2019} = 4.65 \\ w_{2013} + w_{2019} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2.97(1 - w_{2019}) + 7.82 w_{2019} = 4.65 \\ w_{2013} = 1 - w_{2019} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} w_{2019} \cong 34.64\% \\ w_{2013} \cong 65.36\% \end{cases}$$

3. $IA \geq IL$

$IA = 34.64\% \times 3.29 + 65.36\% \times 14.40 \cong 10.55.$

$$IL = \frac{(4-4.65)^2 \times \frac{€5{,}000{,}000}{(1+3\%)^4} + (5-4.65)^2 \times \frac{€10{,}000{,}000}{(1+4\%)^5}}{€12{,}661{,}706.31} \cong 0.23.$$

As 3 condições anteriores são verificadas e portanto é possível constituir uma estratégia de imunização. A carteira de activos a constituir é a seguinte:

Obrigação	%	Investimento		VN
OT 2013	34.64%	4,386,015.06	/(105.60%+3.26%)	4,029,041.95
OT 2019	65.36%	8,275,691.24	/(75.40%+0.62%)	10,886,202.63
	100.00%	12,661,706.31		

b)

Sabemos que:

.A = 5,000;

.L = 4,400;

. $DL = \frac{4{,}000 \times 7 + 400 \times 3}{4{,}400} \cong 6.64.$

Designando por VO (VI) o valor a investir em obrigações (imobiliário), então é necessário que:

$$\begin{cases} DA = DL \times \dfrac{L}{A} \\ VO + VI = 1{,}950 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{50 \times 0.05 + VO \times 8 + 3{,}000 \times 0 + VI \times 20}{5{,}000} = 6.64 \times \dfrac{4{,}400}{5{,}000} \\ VO + VI = 1{,}950 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 8VO + 20VI = 6.64 \times 4{,}400 - 50 \times 0.05 \\ VO + VI = 1{,}950 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8(1{,}950 - VI) + 20VI = 29{,}213.50 \\ VO = 1{,}950 - VI \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} VI \cong 1{,}134.46 \\ VO \cong 815.54 \end{cases}$$

<u>CASO 3</u>

a)

- DBR 3.5% 04/Jul/2019:

AI(10/09/10) = 3.5% x (136-68)/365 = 0.65%.

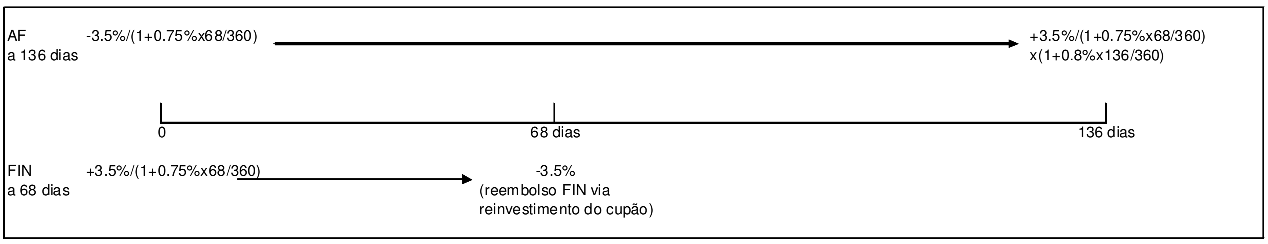
$$IRR = \left\{ \frac{(123.48\% \times 0.832496 + 0.65\%) + 3.5\% \times \left[1 + f\left(0, \frac{68}{360}, \frac{136}{360}\right) \times \frac{68}{360} \right]}{103.99\% + 2.85\%} - 1 \right\} \times \frac{360}{136}$$

Relativamente à taxa de reinvestimento do *cash flow* intermédio, $f\left(0, \frac{68}{360}, \frac{136}{360}\right)$, a mesma pode ser fixada da seguinte forma:

i) Contrair hoje um financiamento a 68 dias, à taxa de 0.75%, e num montante igual ao valor actual do valor a investir daqui a 68 dias (ou seja, pelo present value dos 3.5%);

ii) Aplicar hoje o montante do financiamento obtido, a 136 dias e à taxa de 0.80%.

O diagrama seguinte resume os cash flows associados à estratégia anterior.



Na prática, garante-se um investimento de 3.5% daqui a 68 dias e um valor acumulado, daqui a 136 dias, igual a $3.5\% \times \dfrac{1 + 0.8\% \times {}^{136}\!/_{360}}{1 + 0.75\% \times {}^{68}\!/_{360}}$.

Portanto,

$$IRR = \left\{ \frac{(123.48\% \times 0.832496 + 0.65\%) + 3.5\% \times \dfrac{1 + 0.8\% \times {}^{136}\!/_{360}}{1 + 0.75\% \times {}^{68}\!/_{360}}}{103.99\% + 2.85\%} - 1 \right\} \times \frac{360}{136} \cong 0.28\%.$$

- DBR 3.25% 04/Jan/2020:

AI(10/09/10) = 1.47% + 3.25% x 136/365 = 2.68%.

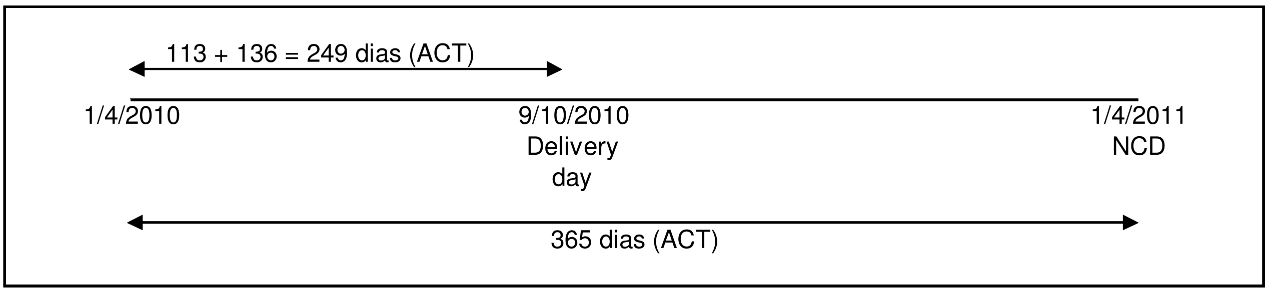
$$IRR = \left\{ \frac{(123.48\% \times 0.807685 + 2.68\%)}{101.67\% + 1.47\%} - 1 \right\} \times \frac{360}{136} \cong -1.87\% < 0.28\%.$$

Portanto a CTD é o DBR 3.5% 04/Jul/2019, visto possuir uma maior IRR.

b)

1º cupão longo do DBR 3.25% 04/Jan/2020 = 3.25% + 3.25% x 52/365 = 3.713%.

Atendendo a que



então o novo factor de conversão é dado por:

$$CF=\left[\frac{3.713\%}{1+4\%}+3.25\%\times A_{9;4\%}\times(1+4\%)^{-1}+\frac{100\%}{(1+4\%)^{9}}\right]\times(1+4\%)^{249/365}-2.68\%$$

$$=\left[\frac{3.713\%}{1+4\%}+3.25\%\times\frac{1-(1+4\%)^{-9}}{0.04}\times(1+4\%)^{-1}+\frac{100\%}{(1+4\%)^{9}}\right]\times(1+4\%)^{249/365}-2.68\%$$

$\cong 0.970164.$

Consequentemente,

$$IRR=\left\{\frac{(123.48\%\times0.970164+2.68\%)}{101.67\%+1.47\%}-1\right\}\times\frac{360}{136}\cong 49.62\%.$$

c)

Fair value do futuro ignorando delivery options:

$$F_0^e=\frac{1}{0.832496}\times\left[(103.99\%+2.85\%)\times\left(1+0.85\%\times{}^{136}\!/_{360}\right)-3.5\%\times\frac{1+0.8\%\times{}^{136}\!/_{360}}{1+0.75\%\times{}^{68}\!/_{360}}-0.65\%\right]$$

$\cong 123.76\%.$

Valor estimado para a quality option

= 123.76% - 123.48% = 0.28%.

d)

Via venda de futuros Euro-Bund Set/10 é possível fixar hoje o seguinte preço de venda para 10/Set/10:

$$\overline{\mathrm{GP}}_{\mathrm{T}}^{\mathrm{S}}=\mathrm{GP}_0^{\mathrm{S}}+\left[\left(\mathrm{F}_0\times\mathrm{CF}^{\mathrm{CTD}}+\mathrm{AI}_{\mathrm{T}}^{\mathrm{CTD}}\right)-\mathrm{GP}_0^{\mathrm{CTD}}\right]\times\mathrm{rv},$$

sendo o “rácio de volatilidade” dado por

$$
\begin{aligned}
rv &= \frac{GP_0^S}{GP_0^{CTD}} \times \frac{DM^S}{DM^{CTD}} \times \frac{1+y_0^{CTD}}{1+y_0^S} \times \beta \\
&= \frac{101.67\% + 1.47\%}{103.99\% + 2.85\%} \times \frac{8.37}{7.83} \times \frac{1+3\%}{1+3.05\%} \times \beta .
\end{aligned}
$$

Por seu turno,

$$
\beta = \frac{COV(\Delta y_{2019}, \Delta y_{2020})}{VAR(\Delta y_{2019})} = \frac{0.01386}{0.01414} \cong 0.98,
$$

e portanto,

$$
rv = \frac{101.67\% + 1.47\%}{103.99\% + 2.85\%} \times \frac{8.37}{7.83} \times \frac{1+3\%}{1+3.05\%} \times 0.98 \cong 1.0108.
$$

Consequentemente,

- É necessário vender um número de futuros igual a:

$$
\begin{aligned}
N &= \frac{FV}{CS} \times \frac{GP_0^S}{GP_0^{CTD}} \times \frac{DM^S}{DM^{CTD}} \times \frac{1+y_0^{CTD}}{1+y_0^S} \times \beta \times CF^{CTD} \\
&= \frac{10{,}000{,}000}{100{,}000} \times 1.0108 \times 0.832496
\end{aligned}
$$

$$\cong 84.$$

- É possível garantir o seguinte preço de venda:

$$
\overline{GP}_T^S = 101.67\% + 1.47\% + \left[(123.48\% \times 0.832496 + 0.65\%) - (103.99\% + 2.85\%)\right] \times 1.0108
$$

$$\cong 99.71\%.$$

CASO 4

a)

$$c_0^{SSM}\left(F=98.70\%;X=98.00\%;T=\frac{5}{12}\right)$$

$$=p_0^{SSM}\left(100-F=1.3\%;100-X=2\%;T=\frac{5}{12}\right)$$

$$=e^{-r\times\frac{5}{12}}\left[-1.3\%\times N\left(-d_1^y\right)+2\%\times N\left(-d_2^y\right)\right],$$

sendo

$$e^{r\times 5/12}=\left(1+0.9\%\times\frac{2}{12}\right)\times\left(1+\left(100\%-99\%\right)\times 3/12\right)$$

$$\Leftrightarrow r=\frac{12}{5}\times\ln\left[\left(1+0.9\%\times\frac{2}{12}\right)\times\left(1+\left(100\%-99\%\right)\times 3/12\right)\right]\cong 0.959\%$$

$$d_1^y=\frac{\ln\left(1.3\%/2\%\right)+\frac{(0.60)^2}{2}\times\frac{5}{12}}{0.60\times\sqrt{\frac{5}{12}}}=\text{-}0.91863\cong-0.92,$$

e

$$d_2^y=\text{-}0.91863-0.60\times\sqrt{\frac{5}{12}}=\text{-}1.30593\cong-1.31.$$

Utilizando a tabela da distribuição normal,

$$N\left(-d_1^y\right)=N(0.92)=0.8212,$$

e

$N\left(-d_2^y\right) = N(1.31) = 0.9049.$

Portanto,

$$c_0^{SSM}\left(F = 98.70\%; X = 98.00\%; T = \frac{5}{12}\right)$$

$$= e^{-0.959\%\times\frac{5}{12}} \times \left[-1.3\% \times 0.8212 + 2\% \times 0.9049\right]$$

$$\cong 0.7384.$$

b)

b.1) $y_{3,0} = ?$

$$d = \exp\left(-60\% \times \sqrt{\frac{6}{12}}\right) \cong 0.841.$$

$$y_{3,0} = 0.9194 \times 0.841 \cong 0.7732\%.$$

b.2) $F_{3,0} = ?$

$$F_{3,0} = 100 - 0.7732 = 99.2268.$$

b.3) $P_{6,4} = ?$

$$P_{6,4} = \max(0; 99 - 98.1618) = 0.8382.$$

b.4) $P_{0,0} = ?$

$$\phi = \frac{1 - 0.841}{(0.841)^{-1} - 0.841} \cong 0.4568$$

$$P_{0,0} = \max\left(99 - 98.7; e^{-0.999\% \times \frac{1}{12}} \times \left[0.4568 \times 0.5770 + (1 - 0.4568) \times 0.2146\right]\right) \cong 0.3799.$$

c)

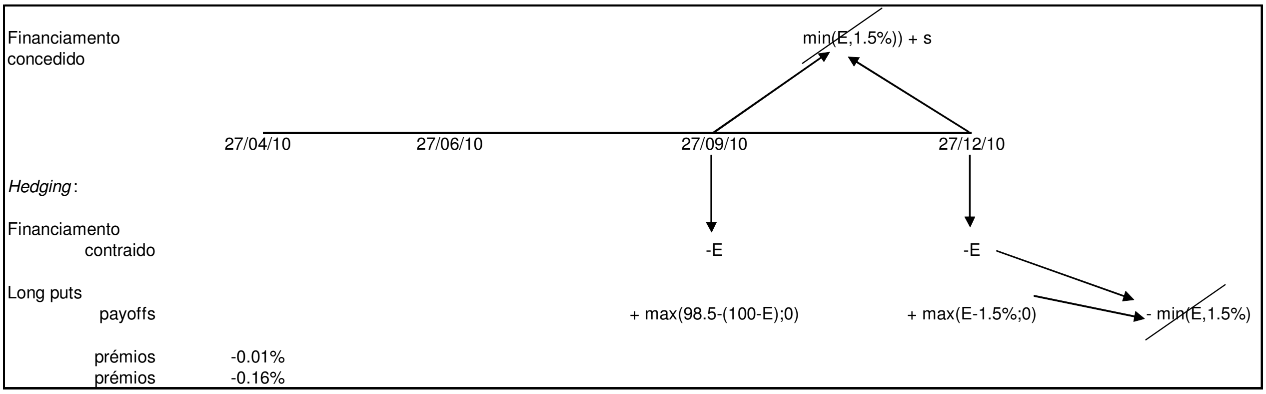
Estratégia de hedging a implementar pela instituição financeira GN:

1) Comprar 15 (EUR15M/EUR1M) *puts* sobre futuros Euribor a 3 meses, com vencimento em 27/Jun/10 e com strike igual a 98.50 (=100-1.5). Deste modo garante-se a *cap rate* de 1.5% durante o primeiro trimestre de vigência do empréstimo.

2) Comprar 15 (EUR15M/EUR1M) *puts* sobre futuros Euribor a 3 meses, com vencimento em 27/Set/10 e com strike igual a 98.50 (=100-1.5). Deste modo garante-se a *cap rate* de 1.5% durante o segundo trimestre de vigência do empréstimo.

3) Contrair no dia 27/Jun/10 um financiamento a 6 meses, no valor de EUR15,000,000, indexado à Euribor a 3 meses e com capitalização trimestral.

O diagrama temporal seguinte resume os cash flows associados às operações em apreço, onde "s" designa o spread de breakeven (i.e. sem incluir a margem de intermediação nem *credit spread*) a cobrar ao cliente:



O spread "s" tem de ser tal que o valor actual dos diversos cash flows seja igual a zero:

$$-0.01\% - 0.16\% + \frac{s}{\left(1+0.9\%\times\frac{2}{12}\right)\left[1+\left(100\%-99.00\%\right)\times\frac{90}{360}\right]}$$

$$+\frac{s}{\left(1+0.9\%\times\frac{2}{12}\right)\left(1+1\%\times\frac{90}{360}\right)\times\left[1+\left(100\%-98.70\%\right)\times\frac{90}{360}\right]}=0$$

$$\Updownarrow$$

$$-0.17\% + \frac{s}{1.0015\times 1.0025} + \frac{s}{1.0015\times 1.0025\times 1.00325} = 0$$

$$\Updownarrow$$

$$s \cong 0.085\%.$$

Taxa de juro efectiva do financiamento em cada trimestre:

- Euribor a 3 meses + 0.60% + 1% + 0.085%, caso a Euribor seja inferior a 1.5%;
- 1.5% + 0.60% + 1% + 0.085%, caso a Euribor seja superior a 1.5%.

d)

Visto assumir-se que o *spread* entre as taxas Euribor a 6 e a 3 meses permanecerá igual a 0.25%, então garantir uma Euribor a 6 meses inferior a 1.5% é equivalente a garantir uma Euribor a 3 meses inferior a 1.25%, pois:

$$E_{6M} < 1.5\% \Leftrightarrow E_{3M} + 0.25\% < 1.5\% \Leftrightarrow E_{3M} < 1.25\%.$$

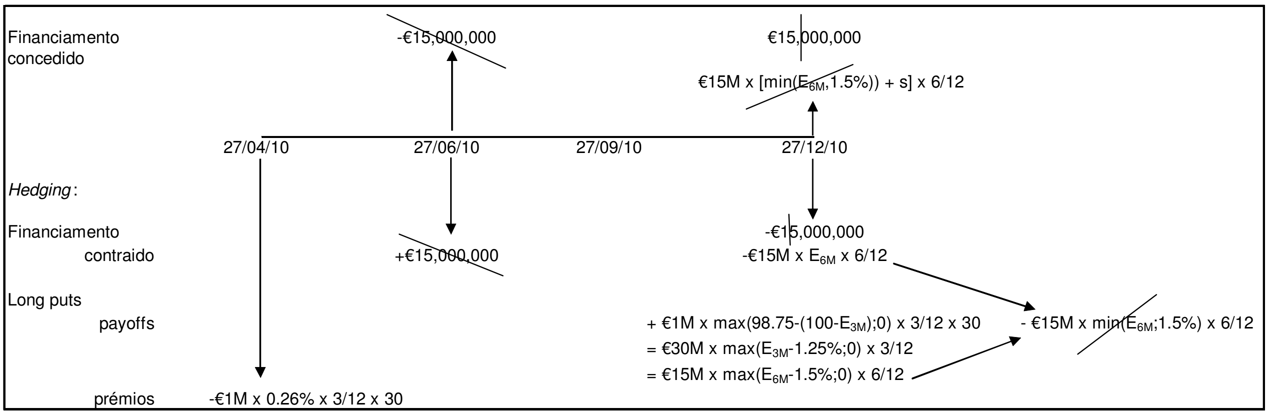
Por outro lado, as variações de margem dos futuros sobre a Euribor a 3 meses são calculadas com base no prazo 3/12 ao invés de 6/12 (tal como irá suceder para o calculo dos juros do financiamento subjacente). Consequentemente, o número de opções a comprar sobre futuros Euribor a 3 meses deverá ser o dobro do dfinido na alínea anterior.

Em suma, a estratégia de hedging a implementar pela instituição financeira GN deverá agora consistir em:

1) Comprar 30 (2 x EUR15M/EUR1M) *puts* sobre futuros Euribor a 3 meses, com vencimento em 27/Set/10 e com strike igual a 98.75 (=100-1.25). Deste modo garante-se a *cap rate* de 1.5% durante todo o semestre de vigência do empréstimo.

2) Contrair no dia 27/Jun/10 um financiamento a 6 meses, no valor de EUR15,000,000, indexado à Euribor a 6 meses, com capitalização semestral e vencimento no dia 27/12/10.

O diagrama temporal seguinte resume os cash flows (agora em EUR) associados às operações em apreço, onde “s” designa o spread de breakeven (i.e. sem incluir a margem de intermediação nem *credit spread*) a cobrar ao cliente:



O spread “s” tem de ser tal que o valor actual dos diversos cash flows seja igual a zero:

$$-€15M \times 0.26\% \times \frac{6}{12}$$

$$+\frac{€15M \times s \times \frac{6}{12}}{\left(1+0.9\% \times \frac{2}{12}\right)\left(1+1\% \times \frac{90}{360}\right) \times \left[1+\left(100\%-98.70\%\right) \times \frac{90}{360}\right]}=0$$

$$\Updownarrow$$

$$-0.26\% + \frac{s}{1.0015 \times 1.0025 \times 1.00325}=0$$

$$\Updownarrow$$

$$s \cong 0.262\%.$$

Taxa de juro efectiva do financiamento:

- Euribor a 6 meses + 0.60% + 1% + 0.262%, caso a Euribor a 6 meses seja inferior a 1.5%;
- 1.5% + 0.60% + 1% + 0.262%, caso a Euribor a 6 meses seja superior a 1.5%.