GESTÃO DE ACTIVOS E PASSIVOS
PÓS-GRADUAÇÃO EM MERCADOS E ACTIVOS FINANCEIROS
EXAME - Resolução
21/02/08 **Duração: 2.5 horas**

CASO 1

Responda (sucinta e objectivamente) a somente duas das seguintes questões:

a) Comente a seguinte afirmação e classifique-a como sendo verdadeira ou falsa: "Assumindo que na data de vencimento do futuro a base da *cheapest-to-deliver* é positiva, então o vendedor do futuro deverá optar pelo *offsetting* do contracto ao invés da liquidação física".

Afirmação verdadeira. Sendo a base da CTD positiva então:

$$Basis_T^{CTD} = S_T^{CTD} - F_T \times CF^{CTD} \Leftrightarrow S_T^{CTD} = F_T \times CF^{CTD} + Basis_T^{CTD} > F_T \times CF^{CTD}.$$

Se o vendedor do futuro optar pela liquidação física, então irá vender a CTD a um clean price apenas igual a $F_T \times CF^{CTD}$ (via recebimento do invoice amount). Caso escolha o offsetting, então a CTD será vendida em mercado spot a um clean price mais alto e igual a $S_T^{CTD} = F_T \times CF^{CTD} + Basis_T^{CTD} > F_T \times CF^{CTD}$.

b) Defina a fórmula de cálculo do número de futuros sobre obrigações a transaccionar numa estratégia de *hedging* do risco de taxa de juro, utilizando a duração de Fisher-Weil ao invés da duração de Macaulay. Justifique a sua resposta.

Fórmula de cálculo:

$$N = \frac{FV}{CS} \times \frac{B_0^S}{B_0^{CTD}} \times \frac{DFW_S}{DFW_{CTD}} \times CF^{CTD}.$$

Justificação:

. $N = \frac{FV}{CS} \times \frac{\Delta B_0^S}{\Delta B_0^{CTD}} \times CF^{CTD}.$ (1)

. $\Delta B_0^S \approx -B_0^S \times DFW_S \times \lambda.$ (2)

. $\Delta B_0^{CTD} \approx -B_0^{CTD} \times DFW_{CTD} \times \lambda.$ (3)

Assumindo que as duas obrigações (S e CTD) possuem idêntico rating, os lambda das equações (2) e (3) são iguais. Combinando as 3 equações anteriores, então:

$$N = \frac{FV}{CS} \times \frac{-B_0^S \times DFW_S \times \lambda}{-B_0^{CTD} \times DFW_{CTD} \times \lambda} \times CF^{CTD}$$

$$= \frac{FV}{CS} \times \frac{B_0^S}{B_0^{CTD}} \times \frac{DFW_S}{DFW_{CTD}} \times CF^{CTD}.$$

c) Comente a seguinte afirmação e classifique-a como sendo verdadeira ou falsa: “Numa estratégia de imunização multi-período a carteira de activos será tanto mais *barbell* quanto maior for a dispersão associada à carteira de responsabilidades a cobrir”.

Afirmação verdadeira, pois:

i) É necessário que IA > IL;
ii) Quanto mais for o índice de dispersão dos activos (IA), menos bullet e mais barbell será a carteira de activos.

CASO 2

a)

- DBR 4.25% 04/Jul/2017:

Valor do 1º long first coupon a receber no dia 04/Jul/2008 =

= 3.17% + 4.25% x 133/366 = 4.714%.

AI(10/09/08) = 4.25% x (201-133)/365 = 0.79%.

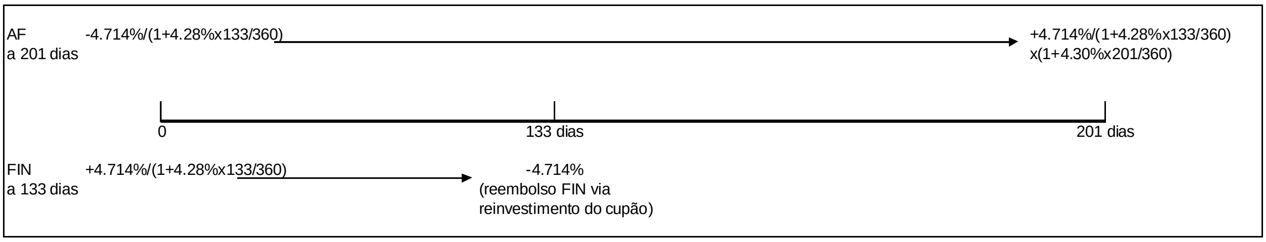
$$IRR = \left\{ \frac{(115.85\% \times 0.882668 + 0.79\%) + 4.714\% \times \left[1 + f\left(0, \frac{133}{360}, \frac{201}{360}\right) \times \frac{68}{360}\right]}{102.01\% + 3.17\%} - 1 \right\} \times \frac{360}{201}$$

Relativamente à taxa de reinvestimento do *cash flow* intermédio, $f\left(0,\frac{133}{360},\frac{201}{360}\right)$, a mesma pode ser fixada da seguinte forma:

i) Contrair hoje um financiamento a 133 dias, à taxa de 4.28%, e num montante igual ao valor actual do valor a investir daqui a 133 dias (ou seja, pelo present value dos 4.714%);

ii) Aplicar hoje o montante do financiamento obtido, a 201 dias e à taxa de 4.30%.

O diagrama seguinte resume os cash flows associados à estratégia anterior.



Na prática, garante-se um investimento de 4.714% daqui a 133 dias e um valor acumulado, daqui a 201 dias, igual a $4.714\% \times \frac{1+4.30\% \times 201/360}{1+4.28\% \times 133/360}$.

Portanto,

$$IRR = \left\{ \frac{(115.85\% \times 0.882668 + 0.79\%) + 4.714\% \times \frac{1+4.30\% \times 201/360}{1+4.28\% \times 133/360}}{102.01\% + 3.17\%} - 1 \right\} \times \frac{360}{201} \cong 4.46\%.$$

- DBR 4% 04/Jan/2018:

AI(10/09/08) = 1.07% + 4% x 201/366 = 3.27%.

$$IRR = \left\{ \frac{(115.85\% \times 0.860004 + 3.27\%)}{99.84\% + 1.07\%} - 1 \right\} \times \frac{360}{201} \cong 3.53\% < 4.46\%.$$

Portanto a OMC é o DBR 4.25% 04/Jul/2017, visto possuir uma maior IRR.

b)

Visto que a IRR (4.46%) da CTD é superior à taxa de financiamento a 201 dias (4.35%), então faz sentido implementar uma estratégia de cash-and-carry, a qual consiste em:

i) Contrair hoje um financiamento a 201 dias, à taxa de 4.35% e pelo valor de transacção da CTD;
ii) Comprar hoje, com o valor do financiamento obtido, a CTD; e
iii) Vender hoje futuros Set/08, na proporção do factor de conversão da CTD, por forma a fixar o preço de venda da CTD.

Face à venda de 100 futuros, o valor nominal a comprar da CTD deverá ser igual a:

$$\frac{100 \times €100{,}000}{0.882668} \cong €11{,}329{,}288.02.$$

Assim, o financiamento a contrair será de $€11{,}329{,}288.02 \times (102.01\% + 3.17\%)$.

Consequentemente, através da venda de 100 futuros Set/08 é expectável obter o seguinte lucro no dia 10/Set/08:

$€11{,}329{,}288.02 \times (102.01\% + 3.17\%)$ x (4.46%-4.35%) x 201/360 = €7,318.50.

Verificação do resultado anterior (não exigido ao aluno):

.O valor acumulado do financiamento ao fim de 201 dias corresponderá a:

$$€11{,}329{,}288.02 \times (102.01\% + 3.17\%) \times \left(1 + 4.35\% \times {}^{201}\!/_{360}\right) \cong €12{,}205{,}558.52.$$

.Via venda dos 100 futuros é possível fixar um preço de venda para a CTD no delivery day igual a $(115.85\% \times 0.882668 + 0.79\%)$. Por outro lado, a detenção da CTD em carteira permite receber um cupão de 4.714% no dia 04/Jul/08, o qual pode ser reinvestido atá ao dia 10/Set/08 gerando um valor acumulado igual a $4.714\% \times \frac{1 + 4.30\% \times {}^{201}\!/_{360}}{1 + 4.28\% \times {}^{133}\!/_{360}}$. Para um valor nominal igual a $€11{,}329{,}288.02$, tal corresponde a um encaixe financeiro de:

$$€11{,}329{,}288.02 \times \left[(115.85\% \times 0.882668 + 0.79\%) + 4.714\% \times \frac{1 + 4.30\% \times {}^{201}\!/_{360}}{1 + 4.28\% \times {}^{133}\!/_{360}} \right]$$

$$\cong €12{,}212{,}873.11$$

.Em resumo, o lucro associado à estratégia de arbitragem em apreço é igual a:

$€12,212,873.11 - €12,205,558.52 = €7,314.59.$

c)

- Fair value do futuro ignorando delivery options:

$$F_0^e = \frac{1}{0.882668}\left[(102.01\% + 3.17\%)\times\left(1 + 4.35\% \times {}^{201}\!/_{360}\right) - 4.714\% \times \frac{1 + 4.30\% \times {}^{201}\!/_{360}}{1 + 4.28\% \times {}^{133}\!/_{360}} - 0.79\%\right]$$
$$\cong 115.78\%.$$

$F_0^e = 115.78\%$ seria a cotação do futuro para a qual a IRR da CTD seria igual a 4.35%. Visto que actualmente o futuro está cotado a 115.85% e IRR=4.46% > 4.35%, para baixar a IRR de 4.46% para 4.35% seria necessário que a cotação do futuro baixasse de 115.85% para 115.78%.

d)

Via compra de futuros Euro-Bund Set/08 é possível fixar hoje o seguinte preço de compra para 10/Set/08:

$$\overline{\mathrm{GP}}_\mathrm{T}^\mathrm{S} = \mathrm{GP}_0^\mathrm{S} + \left[\left(\mathrm{F}_0 \times \mathrm{CF}^\mathrm{CTD} + \mathrm{AI}_\mathrm{T}^\mathrm{CTD}\right) - \mathrm{GP}_0^\mathrm{CTD}\right] \times \mathrm{rv},$$

sendo o "rácio de volatilidade" dado por

$$rv = \frac{GP_0^S}{GP_0^{CTD}} \times \frac{DM^S}{DM^{CTD}} \times \frac{1 + y_0^{CTD}}{1 + y_0^S} \times \beta$$
$$= \frac{99.84\% + 1.07\%}{102.01\% + 3.17\%} \times \frac{8.26}{7.70} \times 0.93 \cong 0.957135.$$

Portanto,

$$\overline{GP}_T^S = 99.84\% + 1.07\% + \left[(115.85\% \times 0.882668 + 0.79\%) - (102.01\% + 3.17\%)\right] \times 0.957135$$
$$\cong 98.87\%.$$

Principal limitação: a obrigação de liquidação será escolhida pela contra-parte (vendedor do futuro).

Nota: dever-se-ia ter utilizado o *clean price bid* da obrigação ao invés dos 99.84%.

e)

Para o efeito, é necessário que:

1. VA = VL

$$VA = VL = \frac{EUR10{,}000{,}000}{(1+5\%)^5} + \frac{\text{EUR}20{,}000{,}000}{(1+6\%)^{10}} \cong \text{EUR}\,19{,}003{,}157.20.$$

2. DA = DL

$$DA = DL = \frac{5\times\frac{EUR10{,}000{,}000}{(1+5\%)^5} + 10\times\frac{\text{EUR}20{,}000{,}000}{(1+6\%)^{10}}}{\text{EUR}\,19{,}003{,}157.20} \cong \text{ 7.94 anos}$$

Tal implica a seguinte composição para a carteira de activos, sendo $x_{2017}(x_{2018})$ o peso relativo a atribuir ao DBR 2017 (DBR 2018):

$$\begin{cases} 7.70\,x_{2017} + 8.26\,x_{2018} = 7.94 \\ x_{2017} + x_{2018} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7.70\,(1-x_{2018}) + 8.26x_{2018} = 7.94 \\ x_{2017} = 1-x_{2018} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{2018} \cong 42.86\% \\ x_{2017} \cong 57.14\% \end{cases}$$

3. IA ≥ IL

$$IA = 57.14\% \times 15.32 + 42.86\% \times 12.48 \cong 14.10.$$

$$IL = \frac{(5-3.86)^2 \times \frac{EUR10{,}000{,}000}{(1+5\%)^5} + (10-3.86)^2 \times \frac{\text{EUR}20{,}000{,}000}{(1+6\%)^{10}}}{\text{EUR}\,19{,}003{,}157.20} \cong \text{ 6.06 anos}$$

As 3 condições anteriores são verificadas e portanto é possível constituir uma estratégia de imunização. A carteira de activos a constituir é a seguinte:

Obrigação	%	Investimento		VN
DBR 2017	57.14%	EUR 10,858,404.02	$\div\,(102.01\% + 3.17\%)$	EUR 10,323,639.50
DBR 2018	42.86%	EUR 10,858,404.02	$\div\,(99.84\% + 1.07\%)$	EUR 10,760,483.62
		EUR 19,003,157.20		

f)
Para o efeito, é necessário que:

1. VA = VL

$$VA = VL = \frac{EUR10{,}000{,}000}{(1+5\%)^5} + \frac{\text{EUR}20{,}000{,}000}{(1+6\%)^{10}} \cong \text{EUR}\,19{,}003{,}157.20.$$

Para o efeito é necessário investir $\text{EUR}\,19{,}003{,}157.20$ no DBR 04/Jul/2017, i.e. comprar o seguinte valor nominal:

$$\frac{\text{EUR}\,19{,}003{,}157.20}{102.01\% + 3.17\%} \cong EUR18{,}067{,}272.49.$$

2. DA = DL

$$DA = DL = \frac{5 \times \frac{EUR10{,}000{,}000}{(1+5\%)^5} + 10 \times \frac{\text{EUR}20{,}000{,}000}{(1+6\%)^{10}}}{\text{EUR}\,19{,}003{,}157.20} \cong 7.94 \text{ anos}$$

Visto que o DBR 04/Jul/2017 possui uma duração igual a 7.70 anos, será também necessário comprar futuros Euro-Bund Setembro/08.

Número de futuros a comprar:

$$N = \frac{18{,}067{,}272.49}{100{,}000} \times \frac{7.94 - 7.70}{7.70} \times 0.882668$$

$\cong 4.97.$

É necessário comprar 5 contratos.

CASO 3

a)

$$P_0^{FSM}\left(F = 96.00\%; X = 95.50\%; T = \frac{4}{12}\right)$$

$$= p_0^{FSM}\left(F = 96.00\%; X = 95.50\%; T = \frac{4}{12}\right)$$

$$= c_0^{FSM}\left(100 - F = 4\%; 100 - X = 4.5\%; T = \frac{4}{12}\right)$$

$$= 4\% \times N\left(d_1^y\right) - 4.5\% \times N\left(d_2^y\right),$$

sendo

$$d_1^y = \frac{\ln\left(4\% / 4.5\%\right) + \frac{(0.50)^2}{2} \times \frac{4}{12}}{0.50 \times \sqrt{\frac{4}{12}}} = \text{-}0.26367 \cong -0.26.$$

$$d_2^y = \text{-}0.26367 - 0.50 \times \sqrt{\frac{4}{12}} = \text{-}0.55235 \cong -0.55.$$

Utilizando a tabela da distribuição normal,

$$N\left(d_1^y\right) = N(-0.26) = 1 - N(0.26) = 1 - 0.6026 = 0.3974.$$

$$N\left(d_2^y\right) = N(-0.55) = 1 - N(0.55) = 1 - 0.7088 = 0.2912.$$

Portanto,

$$P_0^{FSM}\left(F = 96.00\%; X = 95.50\%; T = \frac{4}{12}\right)$$

$$= 4\% \times 0.3974 - 4.5\% \times 0.2912$$

$$\cong 0.28\%.$$

b)

Estratégia de hedging a implementar pela instituição financeira ACN:

1) Comprar 20 (EUR20M/EUR1M) *puts* sobre futuros Euribor a 3 meses, com vencimento em 22/Mar/08 e com strike igual a 95 (=100-5). Deste modo garante-se a *cap rate* de 5% durante o primeiro trimestre de vigência do empréstimo.

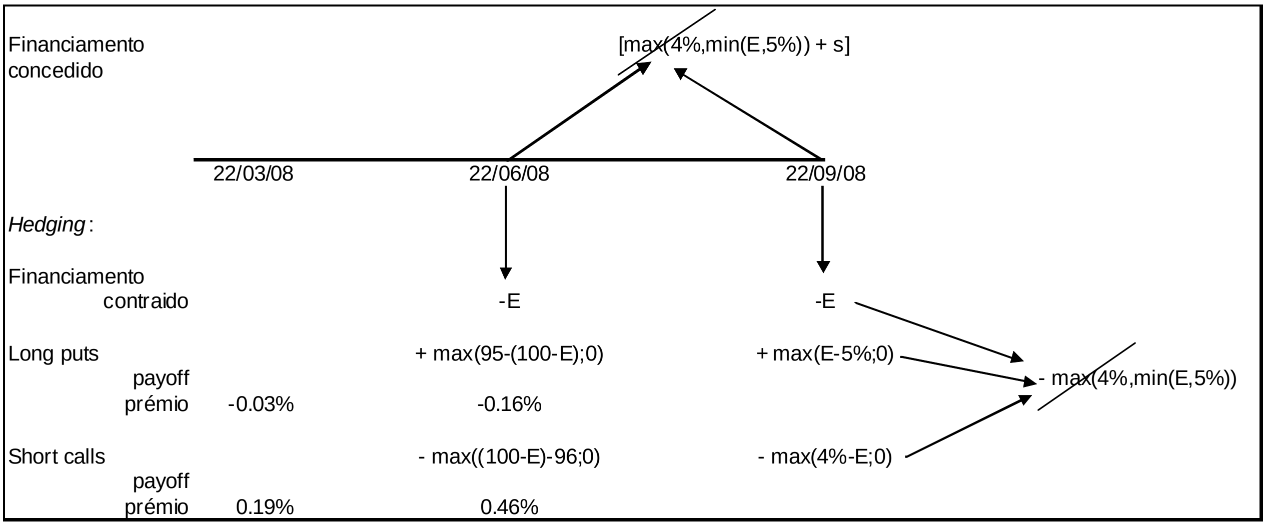
2) Comprar 20 (EUR20M/EUR1M) *puts* sobre futuros Euribor a 3 meses, com vencimento em 22/Jun/08 e com strike igual a 95 (=100-5). Deste modo garante-se a *cap rate* de 5% durante o segundo trimestre de vigência do empréstimo.

3) Vender 20 (EUR20M/EUR1M) *calls* sobre futuros Euribor a 3 meses, com vencimento em 22/Mar/08 e com strike igual a 96 (=100-4). Deste modo, reduz-se o custo da cobertura mas impõe-se uma *floor rate* de 4% durante o primeiro trimestre de vigência do empréstimo.

4) Vender 20 (EUR20M/EUR1M) *calls* sobre futuros Euribor a 3 meses, com vencimento em 22/Jun/08 e com strike igual a 96 (=100-4). Deste modo, reduz-se o custo da cobertura mas impõe-se uma *floor rate* de 4% durante o segundo trimestre de vigência do empréstimo.

5) Contrair no dia 22/Mar/08 um financiamento a 6 meses, no valor de EUR20,000,000, indexado à Euribor a 3 meses e com capitalização trimestral.

O diagrama temporal seguinte resume os cash flows associados às operações em apreço, onde “s” designa o spread de breakeven (i.e. sem incluir a margem de intermediação nem *credit spread*) a cobrar ao cliente:



O spread "s" tem de ser tal que o valor actual dos diversos cash flows seja igual a zero:

$$-0.03\% + 0.19\% + \frac{s - 0.16\% + 0.46\%}{1 + (100\% - 95.90\%) \times \frac{90}{360}}$$

$$+ \frac{s}{\left(1 + 4.10\% \times \frac{90}{360}\right) \times \left[1 + (100\% - 96\%) \times \frac{90}{360}\right]} = 0$$

$$\Updownarrow$$

$$0.16\% + \frac{s + 0.30\%}{1.01025} + \frac{s}{1.01025 \times 1.01} = 0$$

$$\Updownarrow$$

$$s \cong -0.23\%.$$

Taxa de juro efectiva do financiamento em cada trimestre:

- Euribor a 3 meses + 0.50% + 0.40% - 0.23%, caso a Euribor esteja entre 4% e 5%;
- 4% + 0.50% + 0.40% - 0.23%, caso a Euribor seja inferior a 4%;
- 5% + 0.50% + 0.40% - 0.23%, caso a Euribor seja superior a 5%.

c)

Desprezando desfasamentos temporais (entre variações de margem), no dia 22/Jun/08 é necessário proceder ao pagamento dos prémios das *calls*:

-€1,000,000 x 8 x 0.46% x 3/12 = -€9,200.

Dado que as *calls* terminam ITM (pois 96.25>96), as mesmas são exercidas permitindo receber um payoff igual a:

-€1,000,000 x 8 x (96.25-96.00)% x 3/12 = €5,000.

Consequentemente, o montante a aplicar a 3 meses é agora igual a €10M-€9,200+€5,000.

Por outro lado, a Euribor a 3 meses em vigor no dia 22/Jun/08 é igual a 100-96.25 = 3.75%.

Em suma, o valor acumulado da aplicação financeira no dia 22/Set/08 é igual a:

(€10M-€9,200+€5,000) x [1 + (3.75%-0.30%) x 3/12] = €10,082,013.78.

Taxa nominal anual da aplicação financeira =

= [(€10,082,013.78 / €10M) -1] x 12/3 = 3.28%.