GESTÃO DE ACTIVOS E PASSIVOS
MESTRADO EXECUTIVO EM MERCADOS E ACTIVOS FINANCEIROS
EXAME - Resolução
14/04/12 **Duração: 2.5 horas**

CASO 1

Responda (sucinta e objectivamente) a somente duas das seguintes questões:

a) Comente a seguinte afirmação e classifique-a como sendo verdadeira ou falsa: "Mesmo que a *implied repo rate* de uma obrigação entregável seja inferior à taxa de juro *spot* para a data de vencimento do futuro, não é líquido que se deva apostar numa estratégia de *reverse cash-and-carry*".

Afirmação verdadeira e por 3 razões.

Uma estratégia de *reverse cash-and-carry* consiste em:
1) Vender obrigações entregáveis;
2) Aplicar financeiramente o produto da venda à taxa "r" até à data de vencimento do futuro;
3) Fixar o preço de recompra das obrigações, comprando hoje o futuro.

A taxa de juro (*offer*) associada às posições (1) e (3) é a IRR.

Em principio, a estratégia deve ser implementada se IRR<r. Contudo, esta circunstância não consubstancia a existência de uma oportunidade de arbitragem, por 3 razões:
1) Quality option: Nós (compradores do futuro) não podemos garantir que a liquidação física do futuro irá ser feita com as obrigações entregáveis vendidas hoje;
2) Eficiência do mercado de futuros: a IRR pressupõe que, na data de vencimento do futuro, a cotação do futuro (corrigida pelo factor de conversão) converge para o clean price da CTD;
3) Variações de margem: O cálculo da IRR também pressupõe a agregação de todas as variações de margem. Contudo, o facto de as variações de margem serem apuradas diariamente prejudica o comprador do futuro. Com efeito:
   a. O comprador recebe (e reinveste) variações de margem quando a cotação do futuro sobe, i.e. quando as taxas de juro descem, o que obriga o comprador a aplicar tais variações a taxas de juro mais baixas; e
   b. O comprador paga (e financia) variações de margem quando a cotação do futuro desce, i.e. quando as taxas de juro sobem, o que obriga o comprador a financiar tais variações a taxas de juro mais altas.

b) Comente a seguinte afirmação e classifique-a como sendo verdadeira ou falsa: "O número de futuros sobre obrigações a vender para imunizar uma carteira de *floating rate bonds* face a um cenário de subida das taxas de juro é tanto maior quanto menor for a frequência do cupão das obrigações em carteira".

Afirmação verdadeira.

Face a um cenário de subida das taxas de juro e, portanto, de descida da cotação dos futuros, é necessário vender futuros.

Por outro lado, o número de futuros a vender será tanto maior quanto maior for a duração da carteira.

Ora, a duração de uma FRN é aproximadamente igual ao tempo em falta para o próximo cupão. Portanto, tal duração será tanto maior quanto menor for a frequência do cupão.

Consequentemente, quanto menor for a frequência do cupão, maior será a duração da carteira e mais futuros será necessário vender.

c) Admita pretender fixar hoje a taxa de juro para um depósito a 6 meses a efectuar daqui a 2 meses e indexado à Euribor a 6 meses. Qual é a estratégia de *hedging* a implementar hoje via mercado de opções sobre futuros da Euribor a 3 meses?

A estratégia de *hedging* natural seria comprar futuros sobre a Euribor a 6 meses. Todavia, o enunciado impõe que a cobertura seja feita via mercado de opções sobre futuros da Euribor a 3 meses.

Ignorando (por enquanto) a diferença entre as Euribor a 3 e a 6 meses, a criação sintéctica de uma posição *long futures* sobre a Euribor a 3 meses via mercado de opções sobre futuros da Euribor a 3 meses passa por:

i) **Comprar *calls*** sobre futuros Euribor a 3 meses com vencimento na data de início da aplicação financeira;
ii) **Vender *puts*** sobre futuros Euribor a 3 meses com vencimento na data de início da aplicação financeira e com igual *strike* (X).

Deste modo:

i) Se $F_T > X$, então as *puts* terminam OTM e as *calls* terminam ITM, sendo exercidas. Assim sendo, passa-se a ser comprador do futuro subjacente com uma cotação inicial igual a X;
ii) Se $F_T \leq X$, então as *calls* terminam OTM e as *puts* terminam ITM, sendo exercidas. Assim sendo, passa-se a ser comprador do futuro subjacente com uma cotação inicial igual a X.

Finalmente, é necessário ter em conta a diferença entre as Euribor a 3 e a 6 meses. Para o efeito, o número de *calls* e *puts* a transaccionar será dado pelo **dobro** do rácio entre o montante da aplicação financeira e o *contract size* dos futuros Euribor a 3 meses.

CASO 2

a)

Vamos necessitar de calcular os factores de desconto a 2 e a 7 anos. Sendo os *breakpoints* dados pelas maturidades de 0, 2.5, 6.5 10 e 19 anos e visto que:

b_0	-0.00475
c_0	0.003548
d_0	-0.00102
d_1-d_0	0.001294
d_2-d_1	-0.00026
d_3-d_2	0.000108

Então:

$$\delta(2) = 1 - 0.00475 \times 2 + 0.003548 \times (2)^2 - 0.00102 \times (2)^3 \cong 0.996547.$$

$$\begin{aligned}\delta(7) &= 1 - 0.00475 \times 7 + 0.003548 \times (7)^2 - 0.00102 \times (7)^3 \\ &\quad + 0.001294 \times (7 - 2.5)^3 - 0.00026 \times (7 - 6.5)^3 \\ &\cong 0.909215.\end{aligned}$$

Para garantir a imunização das responsabilidades é necessário que sejam verificadas 3 condições:

1. VA = VL

$$VA = VL = €10{,}000{,}000 \times 0.996547 + €40{,}000{,}000 \times 0.909215 \cong €46{,}334{,}087.61.$$

2. DA = DL

$$DA = DL = \frac{2 \times €10{,}000{,}000 \times 0.996547 + 7 \times €40{,}000{,}000 \times 0.909215}{€46{,}334{,}087.61} \cong 5.9246.$$

Tal implica a seguinte composição para a carteira de activos, sendo w_{2016} (w_{2021}) o peso relativo do DBR 2016 (DBR 2021):

$$\begin{cases} 3.88w_{2016}+7.90w_{2021}=5.9246 \\ w_{2016}+w_{2021}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3.88(1-w_{2021})+7.90w_{2021}=5.9246 \\ w_{2016}=1-w_{2021} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} w_{2016}\cong 49.21\% \\ w_{2021}\cong 50.79\% \end{cases}$$

3. $IA \geq IL$

$IA = 49.21\% \times 5.08 + 40.79\% \times 7.93 \cong 6.531484.$

$$IL = \frac{(2-5.9246)^2 \times €10{,}000{,}000 \times 0.996547 + (7-5.9246)^2 \times €40{,}000{,}000 \times 0.909215}{€46{,}334{,}087.61} \cong 4.220496.$$

As 3 condições anteriores são verificadas e portanto é possível constituir uma estratégia de imunização. A carteira de activos a constituir é a seguinte:

Obrigação	%	Investimento		VN
DBR 2016	49.21%	22,801,477.64	/(114.00%+3.115%)	19,469,305.93
DBR 2021	50.79%	23,532,609.97	/(106.80%+0.69%)	21,892,836.51
	100.00%	46,334,087.61		

b)

A regra de Bierwag não é satisfeita pois a duração da obrigação "mais curta" (3.88 anos) é superior à data de vencimento da 1ª responsabilidade.

Não obstante, temos que IA > IL.

Tal acontece pois a regra de Bierwag é uma condição suficiente mas não necessária.

c)

$$\begin{aligned} VT_0 - B_0 &= -6.69\% + 0.00475 \times 6.7458 - 0.003548 \times 38.6085 + 0.00102 \times 224.7310 \\ &\quad - 0.001294 \times 42.4406 - 0 \\ &\cong 0.0032\% > 0\% \end{aligned}$$

Em suma, o VT *mid* é superior ao *fair value*. Uma vez que o VT *mid* é igual à média aritmética simples entre o VT *ask* e o VT *bid*, então:
.O VT *ask* é garantidamente superior ao *fair value*, o que conduz a uma decisão de "não compra";
.O VT *bid* pode ser inferior ou superior ao *fair value*; consequentemente, não é possível formular uma decisão de "venda" ou "não venda".

CASO 3

a)

- DBR 2.5% 04/Jan/2021:

AI(11/06/12) = 0.69% + 2.5% x 58/366 = 1.086%.

$$IRR = \left(\frac{135.90\% \times 0.770614 + 1.086\%}{104.95\% + 0.69\%} - 1 \right) \times \frac{360}{58} \cong 1.014\%.$$

- DBR 2% 04/Jan/2022:

AI(14/04/12) = 2% x (40/365 + 101/366) = 0.771%.

AI(11/06/12) = 0.771% + 2% x 58/366 = 1.088%.

$$IRR = \left(\frac{135.90\% \times 0.714926 + 1.088\%}{98\% + 0.771\%} - 1 \right) \times \frac{360}{58} \cong \text{-}3.297\% < 1.014\%.$$

Portanto a CTD é o DBR 2.5% 04/Jan/2021, visto possuir uma maior IRR.

b)

$$CF = -4\% \times \frac{101+58}{366} + \left[4\% \times A_{2024-2012|6\%} + \frac{100\%}{(1+6\%)^{12}} \right] \times (1+6\%)^{101+58/366}$$

$$CF = -4\% \times \frac{101+58}{366} + \left[4\% \times \frac{1-(1+6\%)^{-12}}{0.06} + \frac{100\%}{(1+6\%)^{12}} \right] \times (1+6\%)^{101+58/366} \cong 0.836284.$$

c)

Fair value do futuro ignorando delivery options:

$$F_0^e = \frac{1}{0.770614} \times \left[(104.95\% + 0.69\%) \times \left(1 + 1.266\% \times {}^{58}\!/_{360}\right) - 1.086\%\right]$$

$$\cong 135.96\%.$$

Valor máximo da *quality option*: 135.96% - 135.90% = 0.06%.

d)

Via venda de futuros Euro-Bund Jun/12 é possível fixar hoje o seguinte preço de venda para 11/Jun/12:

$$\overline{GP}_T^S = GP_0^S + \left[\left(F_0 \times CF^{CTD} + AI_T^{CTD}\right) - GP_0^{CTD}\right] \times rv,$$

sendo o "rácio de volatilidade" dado por

$$rv = \frac{GP_0^S}{GP_0^{CTD}} \times \frac{DM^S}{DM^{CTD}} \times \frac{1 + y_0^{CTD}}{1 + y_0^S} \times \beta$$

$$= \frac{98\% + 0.771\%}{104.95\% + 0.69\%} \times \frac{8.86}{7.92} \times \frac{1 + 1.879\%}{1 + 2.231\%} \times 1$$

$$\cong 1.0422694.$$

Consequentemente,

- É necessário vender um número de futuros igual a:

$$N = \frac{FV}{CS} \times \frac{GP_0^S}{GP_0^{CTD}} \times \frac{DM^S}{DM^{CTD}} \times \frac{1 + y_0^{CTD}}{1 + y_0^S} \times \beta \times CF^{CTD}$$

$$= \frac{10{,}000{,}000}{100{,}000} \times 1.0422694 \times 0.770614$$

$$= 80.32 \cong 80.$$

- É possível garantir o seguinte preço de venda:

$\overline{GP}_T^S = 98\% + 0.771\%$
$+ \left[\left(135.90\% \times 0.770614 + 1.086\% \right) - \left(104.95\% + 0.69\% \right) \right] \times 1.0422694$

$\cong 98.95\%.$

- Limitações da estratégia de *hedging*:
  - i) Ignora desfasamentos temporais entre variações de margem;
  - ii) Assume eficiência do mercado de futuros, i.e. que $F_T \times CF^{CTD} = S_T^{CTD}$;
  - iii) Pressupõe que o "rv" capta a relação entre a variação do valor das duas obrigações, da *settlement date* até ao *delivery day*, i.e.:

$$rv = \frac{\Delta GP_0^S}{\Delta GP_0^{CTD}}.$$

e)

Assumindo os pressupostos enunciados na alínea d), o resultado da estratégia seria igual a:

€10,000,000 x (98.95% - 98.771%) -€10,000,000 x 98.771% x 1.266% x 58/360 = -€2,154.62.

Todavia, tal resultado só seria atingido se:

1) O valor de cotação *ask* do DBR 2.5% 04/Jan/2021 fosse igual, na data de vencimento do futuro, a: 130% x 0.770614 = 100.18%; e
2) O valor de cotação *bid* do DBR 2% 04/Jan/2022 fosse igual, na data de vencimento do futuro, a S_T^S tal que:

$$\frac{S_T^S + 1.088\% - 98.771\%}{\left(100.18\% + 1.086\%\right) - \left(104.95\% + 0.69\%\right)} = 1.0422694$$

$$\Leftrightarrow S_T^S \cong 93.12\%.$$

Como tal não acontece, é necessário calcular todos os *cash flows* associados à estratégia em apreço.

Para o efeito, necessitamos de determinar a CTD no dia 07/Junho/12 (*last trading day* do futuro):

$Base_T^{2021} = 100.20\% - 130\% \times 0.770614 \cong 0.02\%$; e

$Base_T^{2022} = 93.30\% - 130\% \times 0.714926 \cong 0.36\%.$

Visto minimizar a base, o DBR 2.5% 04/Jan/2021 continua a ser a CTD também na data de vencimento do futuro.

Consequentemente, os *cash flows* associados à estratégia em apreço serão os seguintes:

.Financiamento a contrair hoje: €10,000,000 x 98.771% = € 9,877,100.

.Número de futuros a vender hoje (sem arredondamento): 80.32

.*Cash flows* a ocorrer daqui a 58 dias:

i) Amortização do financiamento:

-€ 9,877,100 x (1 + 1.266% x 58/360) = -€9,897,245.99.

ii) Variações de margem dos futuros:

-€100,000 x 80.32 x (130% - 135.90%) = +€473,880.56.

iii) Compra da CTD para entrega ao comprador do futuro:

-€100,000 x 80.32 x (100.20% + 1.086%) = -€8,135,169.12.

iv) *Invoice amount*:

+€100,000 x 80.32 x ($130\% \times 0.770614$ + 1.086%) = +€8,133,548.29.

v) Venda das obrigações em carteira em mercado *spot*:

+€10M x (93.20% + 1.088%) = +€9,428,803.05.

Resultado

= -€9,897,245.99 +€473,880.56 -€8,135,169.12 +€8,133,548.29 +€9,428,803.05

= € 3,816.79.

CASO 4

a)

$$c_0^{SSM}\left(F=97.5\%;X=98.5\%;T=\frac{5}{12}\right)$$

$$=p_0^{SSM}\left(100-F=2.5\%;100-X=1.5\%;T=\frac{5}{12}\right)$$

$$=e^{-r\times 5/12}\times\left[-2.5\%\times N\left(-d_1^y\right)+1.5\%\times N\left(-d_2^y\right)\right],$$

sendo

$$e^{r\times 5/12}=1+1.75\%\times\frac{5}{12}$$

$$\Leftrightarrow r=\frac{12}{5}\times\ln\left(1+1.75\%\times\frac{5}{12}\right)\cong 1.744\%.$$

$$d_1^y=\frac{\ln\left(2.5\%/1.5\%\right)+\frac{(0.6)^2}{2}\times\frac{5}{12}}{0.6\times\sqrt{\frac{5}{12}}}=1.512595\cong 1.51,$$

e

$$d_2^y=1.512595-0.6\times\sqrt{\frac{5}{12}}=1.125297\cong 1.13.$$

Utilizando a tabela da distribuição normal,

$$N\left(-d_1^y\right)=N(-1.51)=1-N(1.51)=1-0.9345=0.0655,$$

e

$$N\left(-d_2^y\right)=N(-1.13)=1-N(1.13)=1-0.8708=0.1292.$$

Portanto,

$$c_0^{SSM}\left(F = 97.5\%; X = 98.5\%; T = \frac{5}{12}\right)$$

$$= e^{-1.744\% \times 5/12} \times \left[-2.5\% \times 0.0655 + 1.5\% \times 0.1292\right]$$

$$\cong 0.029832\%$$

b)

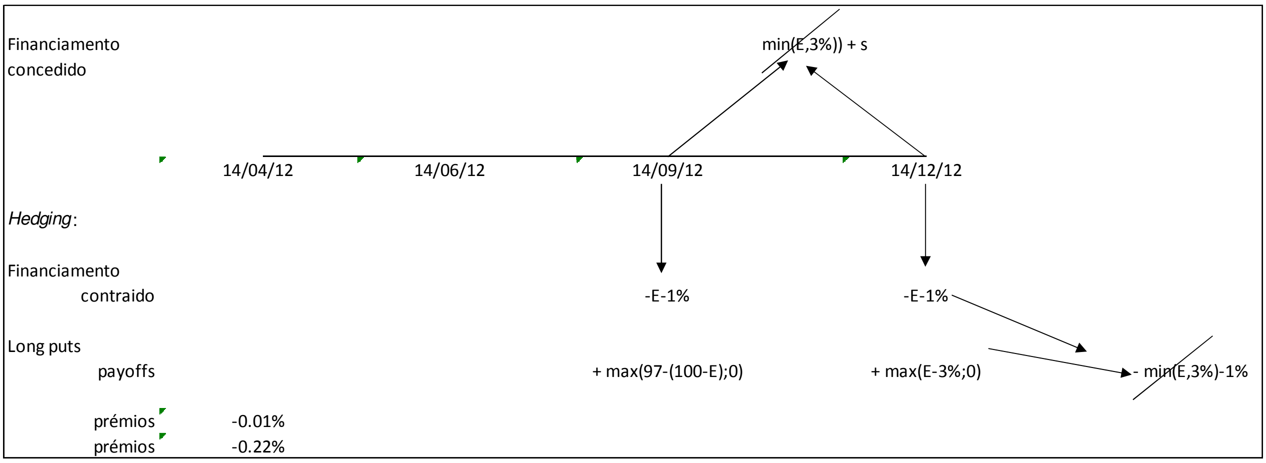
Estratégia de hedging a implementar pela instituição financeira GN:

1) Comprar 10 (US$10M/ US$1M) *puts* sobre futuros US-Libor a 3 meses, com vencimento em 14/Jun/12 e com *strike* igual a 97.00 (=100-3). Deste modo garante-se a *cap rate* de 3% durante o primeiro trimestre de vigência do empréstimo $\Rightarrow$ Prémio a pagar = 0.01%.

2) Comprar 10 (US$10M/ US$1M) *puts* sobre futuros US-Libor a 3 meses, com vencimento em 14/Set/12 e com *strike* igual a 97.00 (=100-3). Deste modo garante-se a *cap rate* de 3% durante o segundo trimestre de vigência do empréstimo $\Rightarrow$ Prémio a pagar = 0.22%.

3) Contrair no dia 14/Jun/12 um financiamento a 6 meses, no valor de US$10,000,000, indexado à US-Libor a 3 meses e com capitalização trimestral.

O diagrama temporal seguinte resume os cash flows associados às operações em apreço, onde "s" designa o spread de *breakeven* (i.e. sem incluir a margem de intermediação nem o *credit spread*) a cobrar ao cliente:



O spread “s” tem de ser tal que o valor actual dos diversos cash flows seja igual a zero:

$$-0.01\% - 0.22\% + \frac{s-1\%}{\left(1+1.5\%\times\frac{2}{12}\right)\left[1+(100\%-98\%)\times\frac{90}{360}\right]}$$

$$+\frac{s-1\%}{\left(1+1.5\%\times\frac{2}{12}\right)\left(1+2\%\times\frac{90}{360}\right)\times\left[1+(100\%-97.5\%)\times\frac{90}{360}\right]}=0$$

$$\Updownarrow$$

$$-0.23\% + \frac{s-1\%}{1.0025\times 1.0005} + \frac{s-1\%}{1.0025\times 1.0005\times 1.00625}=0$$

$$\Updownarrow$$

$$s \cong 1.12\%.$$

Taxa de juro efectiva do financiamento em cada trimestre:

- US-Libor a 3 meses + 1% + 3% + 1.12%, caso a US-Libor seja inferior a 3%;
- 3% + 1% + 3% + 1.12%, caso a Euribor seja superior a 3%.

c)

No dia 14/Abr/12 é necessário proceder ao pagamento dos prémios das *puts*:

-US$1,000,000 x 5 x 0.65% x 3/12 = -€8,125.

Dado que as *puts* terminam ITM (pois 97.25<98), as mesmas são exercidas permitindo receber (no dia 14/Set/12) um payoff igual a:

- US$1,000,000 x 5 x (98-97.25)% x 3/12 = €9,375.

Consequentemente, e desprezando desfasamentos temporais, o montante a pedir emprestado a 3 meses no dia 14/Set/12 é igual a US$10M+ US$8,125- US$9,375.

Por outro lado, a US-Libor a 3 meses em vigor no dia 14/Set/12 é igual a 100-97.25 = 2.75%.

Em suma, o valor acumulado do financiamento no dia 14/Dez/12 é igual a:

(US$10M+ US$8,125- US$9,375) x [1 + (2.75%+1%) x 3/12] = US$1,008,113.28.

Taxa nominal anual do financiamento =

= [(US$1,008,113.28 / US$10M) -1] x 12/3 = **3.2453%**.