GESTÃO DE ACTIVOS E PASSIVOS
PÓS-GRADUAÇÃO EM MERCADOS E ACTIVOS FINANCEIROS
EXAME - Resolução
13/03/03 **Duração: 2.5 horas**

<u>CASO 1</u>

a) Mencione <u>dois</u> problemas associados à utilização do *duration method* para calcular o número de futuros sobre obrigações a utilizar numa estratégia de *hedging*.

1. A estimação da variação do valor de uma obrigação via *duration* é apenas uma aproximação de primeira ordem;
2. A aproximação da relação entre a variação da cotação do futuro e da respectiva CTD via factor de conversão é apenas válida para pequenas variações de preço;
3. A aproximação da relação entre variações de *yields* (duração de Macaulay) ou de choques (duração de Fisher-Weil) via dados históricos pode não se concretizar no futuro.

b) Comente a seguinte afirmação e classifique-a como sendo verdadeira ou falsa: "A existência de uma *implied repo rate* superior à taxa de financiamento pode não justificar a implementação de uma estratégia de *cash-and-carry*".

Afirmação verdadeira, pois:
1. A actual CTD pode não ser a CTD à data de vencimento do futuro;
2. Existe risco de reinvestimento associado a eventuais *cash flows* intermédios.

c) Deduza a regra de imunização multi-período via aplicação da regra de imunização convencional uniperíodo a um conjunto de *carteiras dedicadas*.

Considere 2 responsabilidades no valor de L_1 e L_2, vencíveis daqui a t_1 e t_2 anos.

A imunização da primeira responsabilidade implica a constituição de uma carteira de activos tal que:

i) $VA_1 = \dfrac{L_1}{[1 + r(0, t_1)]^{t_1}}$; e

ii) $DA_1 = t_1$.

De igual modo, a imunização da segunda responsabilidade implica a constituição de uma carteira de activos tal que:

i) $VA_2 = \frac{L_2}{[1+r(0,t_2)]^{t_2}}$; e

ii) $DA_2 = t_2$.

Conseqüentemente, as 3 regras de imunização multi-período são satisfeitas, pois:

i) $VA = VA_1 + VA_2 = \frac{L_1}{[1+r(0,t_1)]^{t_1}} + \frac{L_2}{[1+r(0,t_2)]^{t_2}} = VL$;

ii)

$$DA = \frac{DA_1 \times \frac{L_1}{[1+r(0,t_1)]^{t_1}} + DA_2 \times \frac{L_2}{[1+r(0,t_2)]^{t_2}}}{\frac{L_1}{[1+r(0,t_1)]^{t_1}} + \frac{L_2}{[1+r(0,t_2)]^{t_2}}}$$

$$= \frac{t_1 \times \frac{L_1}{[1+r(0,t_1)]^{t_1}} + t_2 \times \frac{L_2}{[1+r(0,t_2)]^{t_2}}}{\frac{L_1}{[1+r(0,t_1)]^{t_1}} + \frac{L_2}{[1+r(0,t_2)]^{t_2}}} = DL$$

iii)

Via Regra de Bierwag, como $DA_1 \le t_1$ e $DA_2 \ge t_2$, então $IA \ge IL$.

d) Demonstre que uma *put* Americana sobre futuros com *futures-style margining* pode ser avaliada com sendo uma opção Europeia.

$p_t(F, X, T) = E[\max(0; X - F_T)]$

Via desigualdade de Jensen (e visto que o parâmetro gamma é não negativo),

$p_t(F, X, T) \ge \max[0; X - E(F_T)]$

Visto que, na maturidade, a cotação do futuro converge para o preço do activo subjacente e como a cotação actual do futuro corresponde ao valor esperado para o *spot* na data de vencimento, então:

$p_t(F, X, T) \ge \max[0; X - F_t]$.

Como uma opção americana nunca vale menos do que a correspondente opção europeia, ou seja

$$P_t(F,X,T) \geq p_t(F,X,T),$$

então, via propriedade transitiva,

$$P_t(F,X,T) \geq \max[0; X - F_t].$$

Concluindo, como em qualquer momento (t), o valor da *put* americana é sempre não inferior ao respectivo valor intrínseco, logo nunca é racional proceder ao exercício antecipado e, portanto, a opção americana pode ser avaliada como se fosse europeia.

<u>CASO 2</u>

a)

$$\delta(2) = \exp\left\{-\beta_0 \times 2 + \beta_1\beta_3\left(1 - e^{-2/\beta_3}\right) + \beta_2\beta_3\left[1 - \left(1 + \frac{2}{\beta_3}\right)e^{-2/\beta_3}\right]\right\}$$

$$\Leftrightarrow \delta(2) = \exp\left\{0.2388 \times 2 - 0.2557 \times 30.51 \times \left(1 - e^{-2/30.51}\right) - 0.461 \times 30.51 \times \left[1 - \left(1 + \frac{2}{30.51}\right)e^{-2/30.51}\right]\right\}$$

$$\Leftrightarrow \delta(2) \cong 0.9547.$$

Portanto,

$$0.9547 = \frac{1}{[1 + r(0,2)]^2} \Leftrightarrow r(0,2) = \left(\frac{1}{0.9547}\right)^{1/2} - 1 \cong 2.344\%.$$

b)

Para o efeito, é necessário que:

1. VA = VL

$$VA = VL = \frac{EUR500{,}000}{(1 + 3.576\%)^7} + \frac{EUR1{,}980{,}000}{(1 + 3.766\%)^8} \cong EUR1{,}864{,}047.41$$

2. DA = DL

$$\text{DA} = \text{DL} = \frac{7\times\frac{\text{EUR}500{,}000}{(1+3.576\%)^7}+8\times\frac{\text{EUR}1{,}980{,}000}{(1+3.766\%)^8}}{\text{EUR}1{,}864{,}047.41} \cong 7.79 \text{ anos}$$

Tal implica a seguinte composição para a carteira de activos, sendo $x_{2012}(x_{2013})$ o peso relativo a atribuir ao DBR 2012 (DBR 2013):

$$\begin{cases} 7.47\,x_{2012}+8.08\,x_{2013}=7.79 \\ x_{2012}+x_{2013}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7.47\,(1-x_{2013})+8.08\,x_{2013}=7.79 \\ x_{2012}=1-x_{2013} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{2013}\cong 52.46\% \\ x_{2012}\cong 47.54\% \end{cases}$$

3. IA ≥ IL

$$\text{IA} = 47.54\%\times 8.68+52.46\%\times 8.38 \cong 8.52.$$

$$\text{IL} = \frac{(7-7.79)^2\times\frac{\text{EUR}500{,}000}{(1+3.576\%)^7}+(8-7.79)^2\times\frac{\text{EUR}1{,}980{,}000}{(1+3.766\%)^8}}{\text{EUR}1{,}864{,}047.41} \cong 0.17 < \text{IA}.$$

As 3 condições anteriores são verificadas e portanto é possível constituir uma estratégia de imunização. A carteira de activos a constituir é a seguinte:

Obrigação	%	Investimento		VN
DBR 2012	47.54%	EUR 886,168.14	÷ (109.49%+3.45%)	EUR 784,636.21
DBR 2013	52.46%	EUR 977,879.27	÷ (105.54%+0.84%)	EUR 919,232.25
		EUR 1,864,047.41		

CASO 3

a)

- DBR 5% 04/Jul/2012:

$$IRR = \left\{ \frac{\left(116.15\% \times 0.932838 + 5\% \times \frac{68}{365}\right) + 5\% \times \left[1 + f\left(0, \frac{181-68}{360}, \frac{181}{360}\right) \times \frac{68}{360}\right]}{109.49\% + 3.45\%} - 1 \right\} \times \frac{360}{181}$$

Relativamente à taxa de reinvestimento do *cash flow* intermédio, $f\left(0, \frac{113}{360}, \frac{181}{360}\right)$, a mesma pode ser garantida através da venda de um FRA 4x6 à taxa de 2.41%. Muito embora exista risco de base, visto que o resultado do FRA é apurado não no dia 04/Julho/2003 mas sim no dia 13/Julho/2003 (e sobre um prazo de 2 meses ao invés de exactamente 68 dias), é então possível garantir a seguinte taxa de reinvestimento:

$$f\left(0, \frac{113}{360}, \frac{181}{360}\right) = 2.41\%.$$

Portanto,

$$IRR = \left\{ \frac{\left(116.15\% \times 0.932838 + 5\% \times \frac{68}{365}\right) + 5\% \times \left[1 + 2.41\% \times \frac{68}{360}\right]}{109.49\% + 3.45\%} - 1 \right\} \times \frac{360}{181} \cong 2.40\%.$$

- DBR 4.5% 04/Jan/2013:

$$IRR = \left\{ \frac{\left(116.15\% \times 0.894974 + 0.84\% + 4.5\% \times \frac{181}{365}\right)}{105.54\% + 0.84\%} - 1 \right\} \times \frac{360}{181} \cong 1.20\% < 2.40\%.$$

Portanto a OMC é o DBR 5% 04/Jul/2012, visto possuir uma maior IRR.

b)

$$F_0^e = \frac{1}{0.932838}\left[(109.49\% + 3.45\%)\times\left(1 + 2.43\%\times\frac{181}{360}\right) - 5\%\times\left(1 + 2.41\%\times\frac{68}{360}\right) - 5\%\times\frac{68}{365}\right]$$
$$\cong 116.17\%.$$

c)

$$FC = \left[5\%\times A_{8|6\%} + \frac{100\%}{(1+6\%)^8}\right]\times(1+6\%)^{(68+181)/365} - 5\%\times\frac{249}{365}$$
$$= \left[5\%\times\frac{1-(1.06)^{-8}}{0.06} + \frac{100\%}{(1+6\%)^8}\right]\times(1+6\%)^{249/365} - 5\%\times\frac{249}{365}$$
$$= 0.941826.$$

d)

Regra de imunização: $DA = DL\times\frac{L}{A}$

$$DA = \frac{10\times 0.02 + 500\times 7 + 130\times 15}{700} \cong 7.79$$

$$DL = \frac{595\times 12}{600} \cong 11.90$$

Portanto,

$$DL\times\frac{L}{A} = 11.90\times\frac{600}{700} \cong 10.20 \neq 7.79\,,$$

a regra de imunização não é actualmente satisfeita.

É necessário aumentar a duração da carteira de activos de 7.79 anos para 10.20 anos (duração objectivo). Para o efeito, é necessário comnprar o seguinte número de futuros:

$$N = \frac{700{,}000{,}000}{100{,}000\times(109.49\% + 3.45\%)}\times\frac{10.20 - 7.79}{7.52}\times 0.94\times 0.932838 \cong 1{,}742.$$

CASO 4

a)

- N ≡ Nº de contratos = ?

$$N = \frac{VN}{VT} \times FC^{omc} \times rv = \frac{EUR10M}{EUR100{,}000} \text{ x } 0.932838 \text{ x rv}$$

$$rv = \frac{VT_S}{VT_{OMC}} \cdot \frac{Ds}{D_{OMC}} \cdot \frac{1+Y_{OMC}}{1+Y_S} \cdot \beta =$$

$$= \frac{106.38}{112.94} \cdot \frac{8.14}{7.52} \cdot \frac{1+3.77\%}{1+3.81\%} \cdot 1 =$$
$$\cong 1.0191811732$$

Portanto,

$$N = \frac{EUR10M}{EUR100.000} \text{ x } 0.932838 \text{ x } 1.0191811732 =$$

$$= 95.07 \cong 95 \text{ contratos}$$

- Posição Contratual = 95 LONG CALLS com vencimento em Julho/03

- Preço de compra unitário máximo garantido:

$$VT_S^1 = VT_S^0 + \{[(X+c).F_C + AI'_{OMC}] - VT_{OMC}^0\} \times rv$$

$$VT_S^0 = 106.38 \quad ; \quad VT_{OMC}^0 = 112.94$$

$$F_C = 0.932838 \quad ; \quad rv = 1.0191811732$$

$$AI'_{OMC} = 5\% \times \frac{68}{365} \cong 0.93\%$$

Portanto,

$VT_S^1 < 107.00 \Leftrightarrow$

$106.38 + \{[(X+c)\text{ x } 0.932838 + 0.93] - 112.94\}\text{ x } 1.0191811732 < 107.00 \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow (X+c) < 120.73$

Visto ser necessário comprar *calls*, o prémio relevante é o respectivo preço *ask*:

X	c	X+c
110	6.29	116.29
115	2.35	112.65
120	0.45	119.55

Qualquer um dos *strikes* é admissível.

Todavia, visto pretender-se minimizar o custo da cobertura, dever-se-á optar pela opção mais barata.

Concluindo:

Posição Contratual ≡

≡ 95 LONG CALLS com vencimento em Julho/03 e *strike* igual a 120.00%.

b)

$\sigma = 0.971\% \times \sqrt{52} \cong 7\%.$

Visto existir *futures-style margining*, a *call* Americana pode ser avaliada como se fosse Européia, i.e. via modelo de *Black* modificado:

$C_0 = 116.15 \times N(d_1^F) - 116.15 \times N(d_2^F),$

sendo

$$d_1^F = \frac{\ln\left(\frac{116.15}{116.15}\right) + \frac{(0.07)^2}{2} \times \frac{102}{365}}{0.07 \times \sqrt{\frac{102}{365}}} \cong 0.0185\text{ ; e}$$

$$d_2^F \cong 0.0185 - 0.07 \times \sqrt{\frac{102}{365}} \cong -0.0185.$$

Utilizando uma tabela da distribuição normal estandardizada,

$N\left(d_1^F\right) \cong N(0.02) = 0.5080;$ e

$N\left(d_2^F\right) \cong N(-0.02) = 1 - N(0.02) = 1 - 0.5080 = 0.4920.$ e

Portanto,

$$C_0 = 116.15 \times 0.5080 - 116.15 \times 0.4920 \cong 1.8584\%.$$