GESTÃO DE ACTIVOS E PASSIVOS
MESTRADO EXECUTIVO EM MERCADOS E ACTIVOS FINANCEIROS
EXAME - Resolução

12/04/11 **Duração: 2.5 horas**

CASO 1

Responda (sucinta e objectivamente) a somente duas das seguintes questões:

a) O preço de compra fixado hoje (momento 0), via compra de futuros, para o *delivery day* (momento T) e para uma obrigação que não a *cheapest-to-deliver* é dado pela seguinte expressão: $\overline{GP}_T^S = GP_0^S + \left[\left(F_0 \times CF^{CTD} + AI_T^{CTD}\right) - GP_0^{CTD}\right] \times rv$. Pretende-se que adapte a anterior expressão para a hipótese de a base da *cheapest-to-deliver* ser positiva na data de vencimento do futuro. Enuncie os demais pressupostos utilizados.

O preço fixado para a posição spot é função do preço fixado para a CTD:

$$\overline{GP}_T^S = GP_0^S + \left[\overline{GP}_T^{CTD} - GP_0^{CTD}\right] \times rv,$$

sendo $\overline{GP}_T^{CTD}$ o valor de transacção fixado hoje para a CTD na data de vencimento do futuro (T).

Caso a base da *cheapest-to-deliver* seja igual a zero no momento "T", então

$$\overline{GP}_T^{CTD} = F_0 \times CF^{CTD} + AI_T^{CTD},$$

e a fórmula do enunciado é obtida, i.e.

$$\overline{GP}_T^S = GP_0^S + \left[\left(F_0 \times CF^{CTD} + AI_T^{CTD}\right) - GP_0^{CTD}\right] \times rv.$$

Sendo a base da *cheapest-to-deliver* diferente de zero, então o valor de transacção fixado hoje para a CTD na data de vencimento do futuro (T) será igual a

$$\overline{GP}_T^{CTD} = F_0 \times CF^{CTD} + AI_T^{CTD} + Basis_T^{CTD}.$$

Com efeito, os cash flows finais (momento T) de uma estratégia de cash-and-carry (sem financiamento) passam a ser dados por:

	Cash flows
Vender as obrigações em carteira	$S_T^{CTD} + AI_T^{CTD} = F_T \times CF^{CTD} + Basis_T^{CTD} + AI_T^{CTD}$
Variações de margem dos futuros	$-CF^{CTD} \times \left(F_T - F_0\right)$
Total:	$F_0 \times CF^{CTD} + AI_T^{CTD} + Basis_T^{CTD}$

Consequentemente, o preço de compra fixado hoje (momento 0), via compra de futuros, para o *delivery day* (momento T) e para uma obrigação que não a *cheapest-to-deliver* passa a ser dado pela seguinte expressão:

$$\overline{GP}_T^S = GP_0^S + \left[\left(F_0 \times CF^{CTD} + AI_T^{CTD} + Basis_T^{CTD}\right) - GP_0^{CTD}\right] \times rv .$$

Tal significa que é necessário estimar hoje a base da *cheapest-to-deliver* para o momento "T".

b) Mostre como adaptar a fórmula de cálculo do número de futuros sobre obrigações a comprar ou a vender quando a carteira de obrigações cujo risco de taxa de juro se pretende cobrir pertence a uma classe de risco de crédito diferente do da obrigação teórica subjacente ao futuro.

Assumindo uma curva de taxas de juro flat, o número de futuros é dado pela seguinte expressão:

$$N = \frac{FV}{CS} \times \frac{GP_0^S}{GP_0^{CTD}} \times \frac{DM_S}{DM_{CTD}} \times \frac{1+y_0^{CTD}}{1+y_0^S} \times \frac{\Delta y^S}{\Delta y^{ctd}} \times CF^{CTD} .$$

A fórmula anterior já contempla a possibilidade de as duas obrigações (S e CTD) pertencerem a diferentes classes de risco de crédito. A diferença de classes de risco de crédito é captada via spread entre yields-to-maturity e através da estimação do rácio $\frac{\Delta y^S}{\Delta y^{ctd}}$.

Assumindo uma curva de taxas de juro não flat, o número de futuros passa a ser dado pela seguinte expressão:

$$N = \frac{FV}{CS} \times \frac{B_0^S}{B_0^{CTD}} \times \frac{DFW_S}{DFW_{CTD}} \times \frac{\lambda_S}{\lambda_{CTD}} \times CF^{CTD} .$$

A fórmula anterior também já contempla a possibilidade de as duas obrigações (S e CTD) pertencerem a diferentes classes de risco de crédito. A diferença de classes de risco de crédito é captada via rácio $\frac{\lambda_S}{\lambda_{CTD}}$.

c) Mostre como construir, com custo zero, uma posição curta sobre um futuro Euribor a 3 meses apenas transaccionando opções sobre futuros da Euribor a 3 meses.

Para o efeito, basta:

i) Vender uma call ATM sobre um futuro Euribor a 3 meses e com a mesma data de vencimento do que o futuro subjacente;
ii) Comprar uma put ATM sobre um futuro Euribor a 3 meses e com a mesma data de vencimento do que o futuro subjacente.

Deste modo:
i) Se $F_T > F_0$, então a put termina OTM e a call termina ITM sendo exercida. Assim sendo, passa-se a ser vendedor do futuro subjacente com uma cotação inicial igual a F_0;
ii) Se $F_T \leq F_0$, então a call termina OTM e a put termina ITM sendo exercida. Assim sendo, passa-se a ser vendedor do futuro subjacente com uma cotação inicial igual a F_0.

Por outro lado, sendo as duas opções ATM, então o seu prémio é igual (ignorando a diferença entre bid e ask) e o custo da estratégia é nulo, pois:

$$c_t^{FSM}(F,F,T) = F_t N\left[\frac{\ln\left(\frac{F_t}{F_t}\right)+\frac{\sigma_F^2}{2}(T-t)}{\sigma_F\sqrt{T-t}}\right] - F_t N\left[\frac{\ln\left(\frac{F_t}{F_t}\right)-\frac{\sigma_F^2}{2}(T-t)}{\sigma_F\sqrt{T-t}}\right]$$

$$= F_t N\left[\frac{\sigma_F\sqrt{T-t}}{2}\right] - F_t N\left[-\frac{\sigma_F\sqrt{T-t}}{2}\right]$$

$$= F_t N\left[\frac{\sigma_F\sqrt{T-t}}{2}\right] - F_t\left[1 - N\left[\frac{\sigma_F\sqrt{T-t}}{2}\right]\right]$$

$$= -F_t + 2F_t N\left[\frac{\sigma_F\sqrt{T-t}}{2}\right].$$

$$p_t^{FSM}(F,F,T) = -F_t N\left[-\frac{\ln\left(\frac{F_t}{F_t}\right)+\frac{\sigma_F^2}{2}(T-t)}{\sigma_F\sqrt{T-t}}\right] + F_t N\left[-\frac{\ln\left(\frac{F_t}{F_t}\right)-\frac{\sigma_F^2}{2}(T-t)}{\sigma_F\sqrt{T-t}}\right]$$

$$= -F_t N\left[-\frac{\sigma_F\sqrt{T-t}}{2}\right] + F_t N\left[\frac{\sigma_F\sqrt{T-t}}{2}\right]$$

$$= -F_t\left[1 - N\left[\frac{\sigma_F\sqrt{T-t}}{2}\right]\right] + F_t N\left[\frac{\sigma_F\sqrt{T-t}}{2}\right]$$

$$= -F_t + 2F_t N\left[\frac{\sigma_F\sqrt{T-t}}{2}\right].$$

CASO 2

a)
Visto que

b_0	-0.00815
c_0	-0.00213
d_0	-0.00024
d_1-d_0	0.000664
d_2-d_1	-0.00054
d_3-d_2	0.000224

Então:

$$\delta(0.8110) = 1 - 0.00815\times 0.811 - 0.00213\times(0.811)^2 - 0.00024\times(0.811)^3 \cong 0.991859.$$

$$\delta(0.8110) = 1 - 0.00815\times 1.8112 - 0.00213\times(1.8112)^2 - 0.00024\times(1.8112)^3 \cong 0.976794.$$

b)

Valor do próximo cupão longo = 0.2776% + 1% x 0.8110 = 1.0886%

Fair value da obrigação:

$$B_0 = 1.0886\% \times \delta(0.8110) + 101\% \times \delta(1.8112)$$

$$= 1.0886\% \times 0.991859 + 101\% \times 0.976794$$

$$\cong 99.74\%.$$

$Y_4 = -2.3526\% - 0.1233\% =$ -2.4760%.

Portanto,

$$GP_0^{ask} - (1.0886\% + 101\%) = \text{-2.4760\%}$$

$$\Leftrightarrow GP_0^{ask} = 1.0886\% + 101\% - 2.4760\% \cong 99.61\%$$

Decisão de *trading*:

$GP_0^{ask} \cong 99.61\% < 99.74\% \Rightarrow$ Comprar.

<u>CASO 3</u>

a)

- DBR 3.25% 04/Jan/2020:

AI(10/06/11) = 0.87% + 3.25% x 59/365 = 1.40%.

$$IRR = \left(\frac{121.95\% \times 0.819607 + 1.40\%}{100.25\% + 0.87\%} - 1 \right) \times \frac{360}{59} \cong 1.366\%.$$

- DBR 3% 04/Jul/2020:

AI(12/04/11) = 3% x 347/365 = 2.852%.

AI(10/06/11) = 2.852% + 3% x 59/365 = 3.337%.

$$IRR = \left(\frac{121.95\% \times 0.794743 + 3.337\%}{98.35\% + 2.852\%} - 1 \right) \times \frac{360}{59} \cong -5.705\% < 1.366\%.$$

Portanto a CTD é o DBR 3.25% 04/Jan/2020, visto possuir uma maior IRR.

b)

Fair value do futuro ignorando delivery options:

$$F_0^e = \frac{1}{0.819607} \times \left[(100.25\% + 0.87\%) \times \left(1 + 1.25\% \times {}^{59}\!\big/_{360} \right) - 1.40\% \right]$$

$$\cong 121.93\%.$$

Visto que

$$F_0^e = 121.93\% < F_0 = 121.95\%$$

Então dever-se-á vender o futuro.

c)

Atendendo à alinea a), e assumindo a eficiência do mercado de futuros, o resultado da estratégia seria igual a:

€10,000,000 x $(100.25\% + 0.87\%)$ x (1.366% - 1.25%) x 59/360 = € 1,925.52.

Todavia, tal resultado só seria atingido caso o valor de cotação do DBR 3.25% 04/Jan/2020 fosse igual, na data de vencimento do futuro, a:

118% x 0.819607 = 96.71%.

Como tal não acontece, é necessário calcular todos os *cash flows* associados à estratégia em apreço:

.Financiamento a contrair hoje: €10,000,000 x $(100.25\% + 0.87\%)$ = € 10,112,260.27.

.Número de futuros a vender hoje:

$$N = \frac{10M}{100{,}000} \times 0.819607 = 81.96 \cong 82.$$

.*Cash flows* a ocorrer daqui a 59 dias:

i) Amortização do financiamento:

-€ 10,112,260.27 x (1 + 1.25% x 59/360) = -€10,132,976.36.

ii) Variações de margem dos futuros:

-€100,000 x 81.96 x (118% - 121.95%) = +€323,744.77.

iii) *Invoice amount*:

+€100,000 x 81.96 x (118% x 0.819607 + 1.40%) = +€ 8,041,293.05.

iv) Venda das obrigações em excesso em mercado *spot*:

+(€10M - +€100,000 x 81.96) x (96.50% + 1.40%) = +€ 1,766,010.40.

Resultado

= -€10,132,976.36 +€323,744.77 +€ 8,041,293.05 +€ 1,766,010.40
= €-1,928.14.

d)

Via compra de futuros Euro-Bund Jun/11 é possível fixar hoje o seguinte preço de compra para 10/Jun/11:

$$\overline{GP}_T^S = GP_0^S + \left[\left(F_0 \times CF^{CTD} + AI_T^{CTD}\right) - GP_0^{CTD}\right] \times rv,$$

sendo o "rácio de volatilidade" dado por

$$\begin{aligned} rv &= \frac{GP_0^S}{GP_0^{CTD}} \times \frac{DM^S}{DM^{CTD}} \times \frac{1+y_0^{CTD}}{1+y_0^S} \times \beta \\ &= \frac{98.35\% + 2.852\%}{100.25\% + 0.87\%} \times \frac{7.96}{7.68} \times \frac{1+3.215\%}{1+3.208\%} \times \beta. \end{aligned}$$

Por seu turno,

$$\beta = \frac{COV(\Delta y_{Jan20}, \Delta y_{Jul20})}{VAR(\Delta y_{Jan20})} = \frac{CORR(\Delta y_{Jan20}, \Delta y_{Jul20})\sqrt{VAR(\Delta y_{Jan20})}\sqrt{VAR(\Delta y_{Jul20})}}{VAR(\Delta y_{Jan20})}$$

$$= \frac{CORR(\Delta y_{Jan20}, \Delta y_{Jul20})\sqrt{VAR(\Delta y_{Jul20})}}{\sqrt{VAR(\Delta y_{Jan20})}} = \frac{0.9 \times \sqrt{0.018}}{\sqrt{0.015}} \cong 0.986,$$

e portanto,

$$rv = \frac{98.35\% + 2.852\%}{100.25\% + 0.87\%} \times \frac{7.96}{7.68} \times \frac{1 + 3.215\%}{1 + 3.208\%} \times 0.986 \cong 1.022766889.$$

Consequentemente,

- É necessário comprar um número de futuros igual a:

$$N = \frac{FV}{CS} \times \frac{GP_0^S}{GP_0^{CTD}} \times \frac{DM^S}{DM^{CTD}} \times \frac{1 + y_0^{CTD}}{1 + y_0^S} \times \beta \times CF^{CTD}$$
$$= \frac{5{,}000{,}000}{100{,}000} \times 1.022766889 \times 0.819607$$

$$\cong 42.$$

- É possível garantir o seguinte preço de compra:

$$\overline{GP}_T^S = 98.35\% + 2.852\%$$
$$+ \left[(121.95\% \times 0.819607 + 1.40\%) - (100.25\% + 0.87\%)\right] \times 1.022766889$$

$$\cong 101.43\%.$$

- Limitações da estratégia de *hedging*:
  - i) O vendedor do futuro pode liquidar o contracto via entrega de outra obrigação entregável;
  - ii) Ignora desfasamentos temporais entre variações de margem;
  - iii) Assume eficiência do mercado de futuros, i.e. que $F_T \times CF^{CTD} = S_T^{CTD}$.

CASO 4

a)

$$P_0^{FSM}\left(F=98\%;X=99\%;T=\frac{8}{12}\right)$$

$$=c_0^{FSM}\left(100-F=2\%;100-X=1\%;T=\frac{8}{12}\right)$$

$$=2\%\times N\left(d_1^y\right)-1\%\times N\left(d_2^y\right),$$

sendo

$$d_1^y=\frac{\ln\left(2\%/1\%\right)+\frac{(0.53)^2}{2}\times\frac{8}{12}}{0.53\times\sqrt{\frac{8}{12}}}=1.818123\cong 1.82,$$

e

$$d_2^y=1.818123-0.53\times\sqrt{\frac{8}{12}}=1.38538\cong 1.39.$$

Utilizando a tabela da distribuição normal,

$$N\left(d_1^y\right)=N(1.82)=0.9656,$$

e

$$N\left(d_2^y\right)=N(1.39)=0.9177.$$

Portanto,

$$P_0^{FSM}\left(F=98\%;X=99\%;T=\frac{8}{12}\right)$$

$$=2\%\times 0.9656-1\%\times 0.9177$$

$$\cong 1.0139228\%$$

b)

b.1) $y_{4,3} = ?$

$$d = \exp\left(-53\% \times \sqrt{\frac{5}{12} \Big/ 6} \right) \cong 0.869648.$$

$$y_{4,3} = 2.2807\% \times 0.869648 \cong 1.983374\%.$$

b.2) $F_{4,3} = ?$

$$F_{4,3} = 100\% - 1.983374\% = 98.01663\%.$$

b.3) $C_{6,1} = ?$

$$C_{6,1} = \max(0; 99.1420\% - 97.75\%) = 1.392045\%.$$

b.4) $C_{0,0} = ?$

$$e^{r \times 5/12} = 1 + 1.5\% \times \frac{5}{12}$$

$$\Leftrightarrow r = \frac{12}{5} \times \ln\left(1 + 1.5\% \times \frac{5}{12}\right) \cong 1.495\%.$$

$$\phi = \frac{1 - 0.869648}{(0.869648)^{-1} - 0.869648} \cong 0.46514.$$

$$C_{0,0} = \max\left(98.5\% - 97.75\%; e^{-1.495\%\times\frac{5/12}{6}} \times \left[0.46514\times 0.5966 + \left(1-0.46514\right)\times 0.9521\right]\right) \cong 0.785914\%.$$

c)

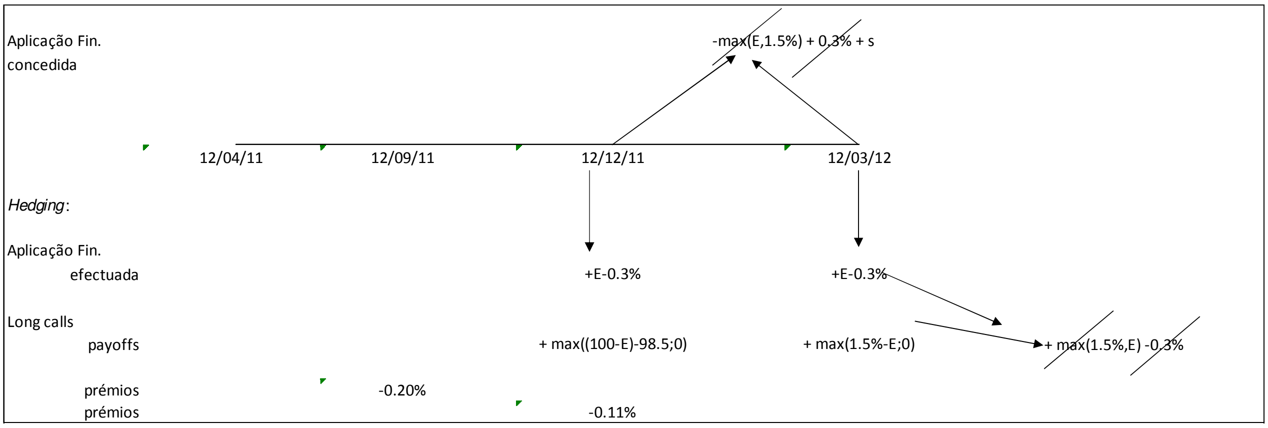
Estratégia de hedging a implementar pela instituição financeira GN:

1) Comprar 10 (EUR10M/EUR1M) *calls* sobre futuros Euribor a 3 meses, com vencimento em 12/Set/11 e com strike igual a 98.50 (=100-1.5). Deste modo garante-se a *floor rate* de 1.5% durante o primeiro trimestre de vigência da aplicação.

2) Comprar 10 (EUR10M/EUR1M) *calls* sobre futuros Euribor a 3 meses, com vencimento em 12/Dez/11 e com strike igual a 98.50 (=100-1.5). Deste modo garante-se a *floor rate* de 1.5% durante o segundo trimestre de vigência da aplicação.

3) Efectuar no dia 12/Set/11 uma aplicação financeira a 6 meses, no valor de EUR10,000,000, à taxa Euribor a 3 meses menos 0.3%, e com capitalização trimestral.

O diagrama temporal seguinte resume os cash flows associados às operações em apreço, onde "s" designa o spread de breakeven (i.e. sem incluir a margem de intermediação) a cobrar ao cliente:



O spread "s" tem de ser tal que o valor actual dos diversos cash flows seja igual a zero:

$$-0.20\% + \frac{s-0.11\%}{\left[1+(100\%-98.50\%)\times\frac{90}{360}\right]}$$

$$+\frac{s}{\left(1+1.5\%\times\frac{90}{360}\right)\times\left[1+(100\%-98\%)\times\frac{90}{360}\right]}=0$$

$$\Updownarrow$$

$$-0.20\% + \frac{s-0.11\%}{1.00375} + \frac{s}{1.00375\times 1.005}=0$$

$$\Updownarrow$$

$$s \cong 0.1558\%.$$

Taxa de juro efectiva da aplicação financeira em cada trimestre:

- Euribor a 3 meses - 0.40% - 0.3% - 0.1558%, caso a Euribor seja superior a 1.5%;
- 1.5% - 0.40% - 0.3% - 0.1558%, caso a Euribor seja inferior a 1.5%.

d)

Desprezando desfasamentos temporais entre o payoff das opções e o recebimento de juros da aplicação financeira, o valor actual em EUR do resultado da operação para o banco EVN deverá ser igual a:

$$\frac{EUR10M\times 0.40\%\times {}^{3}\!/_{12}}{1.00625\times 1.00375}+\frac{EUR10M\times 0.40\%\times {}^{3}\!/_{12}}{1.00625\times 1.00375\times 1.005}$$

$$\cong EUR19{,}752.26.$$

Não desprezando desfasamentos temporais, os cash flows a considerar são os seguintes:

1) 12/09/11

.Pagamento de prémios

= - €1M x 10 x (0.20%) x 3/12 = -€5,000

.Payoff das opções com vencimento em Set/11

= €1M x 10 x max((100%-1.4%) – 98.5%) x 3/12 = €2,500

.Concessão da aplicação financeira ao cliente MPN

= +€10M

.Efectivação da aplicação financeira no valor de

= +€10M + €2,500 -€5,000 = €9,997,500

2) 12/12/11

.Pagamento de prémios

= - €1M x 10 x (0.11%) x 3/12 = -€2,750

. Payoff das opções com vencimento em Dez/11

= €1M x 10 x max((100%-2%) – 98.5%) x 3/12 = €0

.Juros recebidos da aplicação financeira efectuada

= +€9,997,500 x (1.4%-0.3%) x 3/12 = €27,493.125

.Juros pagos da aplicação financeira concedida

= -€10M x (1.5%-0.40% - 0.3% - 0.157%) x 3/12 = -€16,075

.Resultado apurado = -€2,750 +€27,493.125 -€16,075 = +€8,668.125

3) 12/03/12

.Juros e capital recebidos da aplicação financeira efectuada

= +€9,997,500 x [1 + (2%-0.3%) x 3/12] = €10,039,989.38

.Juros e capital pagos da aplicação financeira concedida

= -€10M x [1 + (2%-0.40% - 0.3% - 0.157%) x 3/12] = -€10,028,575

.Resultado apurado = €10,039,989.38 -€10,028,575 = +€11,414.375

Resultado global:

$$\frac{EUR8,668.125}{1.00625 \times 1.00375} + \frac{EUR11,414.375}{1.00625 \times 1.00375 \times 1.005}$$

$\cong EUR19,826.98.$