GESTÃO DE ACTIVOS E PASSIVOS
PÓS-GRADUAÇÃO EM MERCADOS E ACTIVOS FINANCEIROS
EXAME - Resolução

22/04/04 **Duração: 2.5 horas**

CASO 1

a) Mencione dois problemas associados à utilização do *duration method* para imunizar o balanço de uma instituição financeira.

1. A estimação da variação do valor de um activo/passivo via *duration* é apenas uma aproximação de primeira ordem;
2. Assume-se abusivamente que a yield dos activos é igual à ytm dos passivos, no caso da duração de Macaulay, ou que os choques (multiplicativos) de taxas e juro são idênticos para activos e passivos, no caso da duração de Fisher-Weil.

b) Comente a seguinte afirmação e classifique-a como sendo verdadeira ou falsa: "A existência de factores de conversão não elimina o valor da *quality option*".

Afirmação verdadeira, pois o sistema de factores de conversão somente assegura a equivalência entre as diversas obrigações entregáveis no cenário improvável de vigência de uma *flat yield curve* (igual à taxa de cupão da obrigação teórica, 6%) na data de vencimento do futuro.

c) Comente a seguinte afirmação e classifique-a como sendo verdadeira ou falsa: "O método de *Nelson-Siegel* não pode ser aplicado ao mercado de IRSs".

Afirmação falsa. Isto porque:

1. Um IRS pode ser decomposto numa carteira de factores de desconto. Por exemplo, a taxa de juro (fixa) de um IRS com vencimento daqui a 10 anos e com capitalização anual, é dada por:
$$\mathrm{IRS}(10Y) = \frac{1-\delta(10Y)}{\sum_{k=1}^{10}\delta(k)}.$$
2. A fórmula de Nelson-Siegel pode ser aplicada a cada um dos factores de desconto anteriores.

d) Comente a seguinte afirmação e classifique-a como sendo verdadeira ou falsa: "É possível criar sinteticamente um FRA mediante uma combinação apropriada de *caplets* e *floorlets*".

Afirmação verdadeira. Para criar uma posição Long FRA basta comprar um caplet e vender um floorlet. Com efeito,

	t_0	t_i	t_{i+1}
Long caplet - payoff			$(t_{i+1}-t_i)\times[L(t_i,t_{i+1})-k]^+$
Short floorlet - payoff			$-(t_{i+1}-t_i)\times[k-L(t_i,t_{i+1})]^+$
total			$(t_{i+1}-t_i)\times[L(t_i,t_{i+1})-k]$

Ora $(t_{i+1}-t_i)\times[L(t_i,t_{i+1})-k]$ é exactamente o valor de um Long FRA com cotação igual a "k".

CASO 2

a)

$$I_{2005}=\frac{\left(\frac{72}{365}-5.74\right)^2\times 3\%\times\delta\left(\frac{72}{365}\right)+\left(1+\frac{72}{365}-5.74\right)^2\times 103\%\times\delta\left(1+\frac{72}{365}\right)}{3\%\times\delta(0.1973)+103\%\times\delta(1.1973)}$$

Falta apenas calcular o factor de desconto a 0.1973 anos:

$$\delta(0.1973)=\exp\left\{-\beta_0\times 0.1973+\beta_1\beta_3\left(1-e^{-0.1973/\beta_3}\right)+\beta_2\beta_3\left[1-\left(1+\frac{0.1973}{\beta_3}\right)e^{-0.1973/\beta_3}\right]\right\}$$

$$\Leftrightarrow \delta(0.1973)=\exp\left\{-0.055\times 0.1973+0.036\times 1.9\times\left(1-e^{-0.1973/1.9}\right)+0.033\times 1.9\times\left[1-\left(1+\frac{0.1973}{1.9}\right)e^{-0.1973/1.9}\right]\right\}$$

$$\Leftrightarrow \delta(0.1973)\cong 0.9962.$$

Portanto,

$$I_{2005}=\frac{\left(\frac{72}{365}-5.74\right)^2\times 3\%\times 0.9962+\left(1+\frac{72}{365}-5.74\right)^2\times 103\%\times(1+2.161\%)^{-1}}{3\%\times 0.9962+103\%\times(1+2.161\%)^{-1}}\cong 20.93.$$

b)

Para o efeito, é necessário que:

1. VA = VL

$$VA = VL = \frac{EUR1,000,000}{(1+3.359\%)^5} + \frac{EUR3,000,000}{(1+3.612\%)^6} \cong EUR3,272,447.62$$

2. DA = DL

$$DA = DL = \frac{5 \times \frac{EUR1,000,000}{(1+3.359\%)^5} + 6 \times \frac{EUR3,000,000}{(1+3.612\%)^6}}{EUR3,272,447.62} \cong 5.74 \text{ anos}$$

Tal implica a seguinte composição para a carteira de activos, sendo $x_{2005}(x_{2013})$ o peso relativo a atribuir ao DBR 2005 (DBR 2013):

$$\begin{cases} 1.17\, x_{2005} + 7.66\, x_{2013} = 5.74 \\ x_{2005} + x_{2013} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1.17\,(1 - x_{2013}) + 7.66 x_{2013} = 5.74 \\ x_{2005} = 1 - x_{2013} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{2013} \cong 70.42\% \\ x_{2005} \cong 29.58\% \end{cases}$$

3. IA ≥ IL

$$IA = 29.58\% \times 20.93 + 70.42\% \times 11.36 \cong 14.19 > IL = 0.10.$$

As 3 condições anteriores são verificadas e portanto é possível constituir uma estratégia de imunização. A carteira de activos a constituir é a seguinte:

Obrigação	%	Investimento		VN
DBR 2005	29.58%	EUR 967,990.00	÷ (100.99%+2.41%)	EUR 2,300,317.04
DBR 2013	70.42%	EUR 2,304,457.61	÷ (97.17%+3.01%)	EUR 936,160.54
		EUR3,272,447.62		

CASO 3

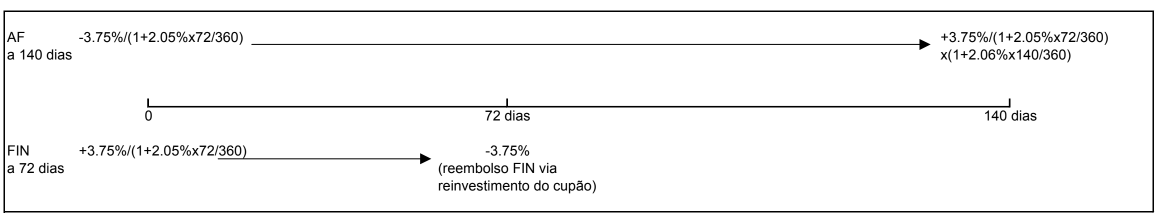
a)

- DBR 3.75% 04/Jul/2013:

$$\text{IRR} = \left\{ \frac{\left(113.70\% \times 0.849220 + 3.75\% \times \frac{68}{365}\right) + 3.75\% \times \left[1 + \text{f}\left(0, \frac{140-68}{360}, \frac{140}{360}\right) \times \frac{68}{360}\right]}{97.21\% + 3.01\%} - 1 \right\} \times \frac{360}{140}$$

Relativamente à taxa de reinvestimento do *cash flow* intermédio, $\text{f}\left(0, \frac{72}{360}, \frac{140}{360}\right)$, a mesma pode ser fixada da seguinte forma:
i) Contrair hoje um financiamento a 72 dias, à taxa de 2.05%, e num montante igual ao valor actual do valor a investir daqui a 72 dias (ou seja, pelo present value dos 3.75%);
ii) Aplicar hoje o montante do financiamento obtido, a 140 das e à taxa de 2.06%.

O diagrama seguinte resume os cash flows associados à estratégia anterior.



Na prática, garante-se um investimento de 3.75% daqui a 72 dias e um valor acumulado, daqui a 140 dias, igual a $3.75\% \times \frac{1 + 2.06\% \times {}^{140}/_{360}}{1 + 2.05\% \times {}^{72}/_{360}}$. Ou seja, garante-se uma taxa de reinvestimento igual a:

$$\text{f}\left(0, \frac{72}{360}, \frac{140}{360}\right) = \frac{3.75\% \times \frac{1 + 2.06\% \times {}^{140}/_{360}}{1 + 2.05\% \times {}^{72}/_{360}} - 3.75\%}{3.75\%} \times \frac{360}{140 - 72} \cong 2.062\%.$$

Portanto,

$$\mathrm{IRR} = \left\{ \frac{\left(113.70\% \times 0.849220 + 3.75\% \times \frac{68}{365}\right) + 3.75\% \times \left[1 + 2.062\% \times \frac{68}{360}\right]}{97.21\% + 3.01\%} - 1 \right\} \times \frac{360}{140} \cong 2.06\%.$$

- DBR 4.25% 04/Jan/2014:

$$\mathrm{IRR} = \left\{ \frac{\left(113.70\% \times 0.877404 + 2.03\% + 4.25\% \times \frac{140}{366}\right)}{100.66\% + 2.03\%} - 1 \right\} \times \frac{360}{140} \cong 1.82\% < 2.06\%.$$

Portanto a OMC é o DBR 3.75% 04/Jul/2013, visto possuir uma maior IRR.

b)

Pretende-se aumentar a duração da carteira de 10 para 15 anos e, portanto, é necessário comprar futuros Euro-Bund Setembro/04.

Número de futuros a comprar:

$$N = \frac{200{,}000{,}000}{100{,}000 \times (97.21\% + 3.01\%)} \times \frac{15 - 10}{7.69} \times \frac{1 + 4.12\%}{1 + 4.5\%} \times \beta \times 0.849220.$$

Falta apenas determinar o *yield beta*:

$$\beta = \frac{\mathrm{COV}(\Delta y_S, \Delta y_{CTD})}{\mathrm{VAR}(\Delta y_{CTD})}$$

$$= \frac{\mathrm{CORR}(\Delta y_S, \Delta y_{CTD}) \times \sqrt{\mathrm{VAR}(\Delta y_S) \times \mathrm{VAR}(\Delta y_{CTD})}}{\mathrm{VAR}(\Delta y_{CTD})}$$

$$= \frac{\mathrm{CORR}(\Delta y_S, \Delta y_{CTD}) \times \sqrt{\mathrm{VAR}(\Delta y_S)}}{\sqrt{\mathrm{VAR}(\Delta y_{CTD})}} = \frac{0.92 \times 0.04\%}{0.05\%} \cong 0.736.$$

Portanto,

$$N = \frac{200{,}000{,}000}{100{,}000 \times (97.21\% + 3.01\%)} \times \frac{15 - 10}{7.69} \times \frac{1 + 4.12\%}{1 + 4.5\%} \times 0.736 \times 0.849220 = 808.04 \cong 808.$$

c)

Via venda de futuros Euro-Bund Setembro/04 é possível fixar hoje o seguinte preço de venda para 10/Set/04:

$$\overline{GP_T^S} = GP_0^S + \left[\left(F_0 \times CF^{CTD} + AI_T^{CTD}\right) - GP_0^{CTD}\right] \times rv,$$

sendo o "rácio de volatilidade" dado por

$$\begin{aligned} rv &= \frac{GP_0^S}{GP_0^{CTD}} \times \frac{DM^S}{DM^{CTD}} \times \frac{1+y_0^{CTD}}{1+y_0^S} \times \beta \\ &= \frac{100.66\% + 2.03\%}{97.21\% + 3.01\%} \times \frac{8.01}{7.69} \times \frac{1+4.12\%}{1+4.16\%} \times 1 \cong 1.066874. \end{aligned}$$

Portanto,

$$\overline{GP_T^S} = 100.66\% + 2.03\% + \left[\left(113.70\% \times 0.849220 + 3.75\% \times \frac{68}{365}\right) - \left(97.21\% + 3.01\%\right)\right] \times 1.066874$$

$$\cong 99.53\%.$$

d)

A estratégia de cobertura é exactamente a mesma: venda de futuros Euro-Bund Setembro/04. Todavia, existe agora "risco de base" pois daqui a 72 dias (i.e. no dia 04/Jul/04) $Basis_t^{CTD} = S_t^{CTD} - F_t \times CF^{CTD} \neq 0$. Ou seja, o *gross price* fixado para a CTD não é necessariamente igual a $\left(F_0 \times CF^{CTD} + AI_T^{CTD}\right)$.

Assumindo que a base decresce linearmente ao longo do tempo,

$$Basis_{23/04/04}^{CTD} = 97.21\% - 113.70\% \times 0.849220 \cong 0.6537\% \quad \leftrightarrow \quad 140 \text{ dias}$$

$$Basis_{04/07/04}^{CTD} = ? \quad \leftrightarrow \quad 68 \text{ dias}$$

então,

$$Basis_{04/07/04}^{CTD} \approx 0.6537\% \times \frac{68}{140} \cong 0.3175\%.$$

Portanto,

$$S_{04/07/04}^{CTD} - F_{04/07/04} \times CF^{CTD} \approx 0.3175\%.$$

Assim, o *gross price* fixado para a CTD no dia 04/07/04 é igual a:

Venda da CTD	$S_{04/07/04}^{CTD} + AI_{04/07/04}^{CTD}$
Variações de margem	$-CF^{CTD} \times (F_{04/07/04} - 113.70\%)$
Total:	$113.70\% \times CF^{CTD} + \left(S_{04/07/04}^{CTD} - F_{04/07/04} \times CF^{CTD}\right) + AI_{04/07/04}^{CTD}$ $= 113.70\% \times 0.849220 + 0.3175\% + 3.75\% \times \frac{68}{365}$ $\cong 97.57\%$

Em suma,

$$\overline{GP}_{04/07/04}^{S} = 100.66\% + 2.03\% + [97.57\% - (97.21\% + 3.01\%)] \times 1.066874 \cong 99.86\%.$$

<u>CASO 4</u>

a)

- Estratégia de *hedging*

Comprar EUR *floor* a 1 ano com *strike* igual a 2%.

- Custo da cobertura (i.e. do *floor*)

$$\text{Floor}_0 = \text{EUR}\,2\text{M} \times \frac{180}{360} \times [2\% - 2.07\%]^{+} \times P(0{,}6M) + \text{EUR}\,2\text{M} \times 0.5 \times p_0[E(0{,}6M{,}12M);2\%;12M]$$

$$= \text{EUR}\,2\text{M} \times 0.5 \times p_0[E(0{,}6M{,}12M);2\%;12M]$$

Aplicando a fórmula de Black,

$$p_0[E(0{,}6M{,}12M);2\%;12M] = P(0{,}12M) \times [-E(0{,}6M{,}12M) \times N(-d_1) + 2\% \times N(-d_2)]$$

$$= [1 + 2.07\% \times 0.5]^{-1} \times [1 + 2.27\% \times 0.5]^{-1} \times [-2.27\% \times N(-d_1) + 2\% \times N(-d_2)]$$

sendo

$$d_1 = \frac{\ln\left(2.27\% \big/ 2\%\right) + \frac{(0.24)^2}{2} \times 0.5}{0.24 \times \sqrt{0.5}} = 0.8310 \cong 0.83.$$

$$d_2 = 0.8310 - 0.24 \times \sqrt{0.5} = 0.6613 \cong 0.66.$$

Utilizando a tabela da distribuição normal,

$$N(-d_1) = 1 - N(0.83) = 1 - 0.7967 = 0.2033.$$

$$N(-d_2) = 1 - N(0.66) = 1 - 0.7454 = 0.2546.$$

Portanto,

$$p_0[E(0,6M,12M);2\%;12M]$$

$$= [1 + 2.07\% \times 0.5]^{-1} \times [1 + 2.27\% \times 0.5]^{-1} \times [-2.27\% \times 0.2033 + 2\% \times 0.2546]$$

$$\cong 0.0467\%$$

e

$$\text{Floor}_0 = \text{EUR}2\text{M} \times 0.5 \times 0.0467\% \cong \text{EUR}467.$$

b)

Spread equivalente (s) ao custo do *floor*:

$$467 = \frac{\text{EUR}2\text{M} \times 0.5 \times s}{1 + 2.07\% \times 0.5} + \frac{\text{EUR}2\text{M} \times 0.5 \times s}{(1 + 2.07\% \times 0.5) \times (1 + 2.27\% \times 0.5)} \Leftrightarrow s \cong 0.0236\%$$

Taxa de juro efectiva da AF em cada semestre:

- Euribor a 6 meses – 0.20% - 0.0236%, caso a Euribor seja superior a 2%;
- 2% – 0.20% - 0.0236%, caso contrário.