

OPÇÕES EXÓTICAS
MSc MATEMÁTICA FINANCEIRA 2013/14
EXAME

29/07/14

Duração: 2.5 horas

CASO 1 (2x2=4 valores)

Responda (sucinta e objectivamente) a somente duas das questões seguintes:

- a) Assumindo um geometric Brownian motion, deduza a fórmula de avaliação de um non-deferrable knock-out rebate para uma up-and-out option.
- b) Considere um produto estruturado com vencimento a 1 ano, com capital garantido e com uma remuneração mínima garantida igual a 1%. Admita ainda que a taxa de juro efectiva anual a 1 ano é igual a 1% e que pretende oferecer ao cliente a seguinte remuneração variável: 50% da taxa anual de valorização do índice PSI20 menos k%, desde que o índice PSI20 valorize daqui a 1 ano. Formule a estratégia de *hedging* do emitente capaz de permitir identificar o valor de k%.
- c) Enuncie a estratégia de *static hedging* a adoptar para uma posição curta sobre uma *asset-or-nothing put* usando somente opções Europeias standard e *cash-or-nothing*.

CASO 2 (4 valores)

Considere as seguintes informações relevantes para a avaliação de opções Europeias sobre o índice Nikkei225¹ e cotadas em ienes:

- Libor do JPY a 12 meses: 0.6% (30/360);
- Volatilidade anualizada do índice Nikkei225: 30%;
- *Dividend yield* estimada para o índice Nikkei225: 2.199% (regime de capitalização contínua);
- Cotação *spot* do índice Nikkei225 = 14,500 pontos de índice;
- Despreze o *credit spread* entre os mercados interbancário e de dívida pública.

Nos dois quadros seguintes efectuem-se 10 simulações da evolução do índice Nikkei225 ao longo dos próximos 12 meses, considerando intervalos de tempo bimestrais. Para cada simulação, as quatro últimas colunas do segundo quadro incluem as cotações mínima e média (bimestrais) registadas pelo índice Nikkei225 em cada simulação (excluindo a cotação actual), o *payoff* terminal de uma *European and fixed-strike lookback put* sobre o índice Nikkei225 e com vencimento a 12 meses, bem como o respectivo quadrado.

¹ Carteira denominada em JPY.

Random numbers from $N(0,1)$						
$j \backslash i$	1	2	3	4	5	6
1	-1.2843	2.2181	0.6194	1.1842	1.6850	0.3490
2	-2.5797	0.8901	0.4181	0.6720	0.5936	-0.8991
3	1.1584	-0.2585	-1.4501	0.5945	-1.6099	0.7912
4	-0.7248	-1.8658	-0.0380	-0.6060	1.4066	-1.4309
5	-0.2089	-1.0791	0.5621	-0.4399	-0.5437	-3.2800
6	-0.0862	0.4529	0.3590	-0.6793	0.1536	0.6926
7	0.3624	-0.0635	-0.5130	1.4638	1.4130	-0.7161
8	-0.7377	-0.1090	0.1827	-1.2801	0.2869	-1.1732
9	1.7667	-0.3859	1.6057	1.2097	-0.4202	-0.5682
10	0.4930	0.8511	0.7754	-0.0024	-1.6155	0.7169

Paths for underlying asset price							Smin	Smean	$V_{T,j}$	$(V_{T,j})^2$
$j \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6			
1	14,500.00	12,264.25	15,929.56	17,011.14	19,467.28	23,687.34	?	10,464.94	18,805.22	
2	14,500.00	10,464.94	11,552.19	12,036.16	12,936.43	13,771.14	12,210.44	12,161.88	?	
3	14,500.00	16,541.17	15,863.48	13,147.81	13,997.72	11,376.60	12,407.35	11,376.60		
4	14,500.00	13,134.11	10,345.35	10,193.16	9,368.28	11,016.92	9,152.45	9,152.45		
5	14,500.00	13,990.82	12,134.68	12,867.98	12,069.66	11,177.85	7,404.22	7,404.22	?	
6	14,500.00	14,202.57	14,860.83	15,371.80	14,001.63	14,123.13	15,217.96	14,001.63		
7	14,500.00	15,004.71	14,737.86	13,700.32	16,224.59	19,094.79	17,314.58	13,700.32		
8	14,500.00	13,113.39	12,808.67	12,965.93	10,972.34	11,249.76	9,645.55	9,645.55	354.45	
9	14,500.00	17,820.70	16,826.18	20,275.75	23,275.88	21,884.66	20,207.00	16,826.18		
10	14,500.00	15,246.63	16,750.47	18,232.78	18,043.02	14,654.32	15,837.24	14,654.32		
total									3,797.78	7,582,036.57

Pretende-se que:

- Calcule os três valores assinalados por pontos de interrogação nos dois quadros anteriores.
- Avalie a opção em apreço e calcule o desvio-padrão de tal estimativa.

CASO 3 (12 valores)

Considere as seguintes condições de mercado:

- Taxas EURIBOR: 0.4% a 6 meses; e 0.6% a 12 meses (base de calendário 30/360);
- Volatilidade anualizada do índice Eurostoxx50:² 25%;
- Dividend yield* estimada para o Eurostoxx50: 2% (capitalização contínua);
- Cotação *spot* do índice Eurostoxx50 = 3,200 pontos de índice;
- O mercado transacciona *European standard options* sobre o índice Eurostoxx50, com vencimento a 6 e a 12 meses e um *contract size* igual a €1, com os seguintes prémios (*mid*) em pontos de índice:

	6 months		12 months				
strikes	2,880.00	3,200.00	1,920.00	2,508.80	3,136.00	3,200.00	3,331.95
CALL - prémio	391.11	211.54	1,233.43	671.11	320.82	292.58	240.56
PUT - prémio	97.20	236.99	5.34	79.20	301.48	336.85	415.99

Pretende-se que:

² Carteira denominada em EUR.

- a) Formule uma decisão de *trading* para um depósito bancário com vencimento a 6 meses e com uma remuneração igual 10% caso o índice Eurostoxx50 desvalorize mais do que 10%.
- b) Reformule a resposta à alínea anterior assumindo que a remuneração de 10% é liquidada daqui a 6 meses caso o índice Eurostoxx50 desça abaixo dos 2,880 pontos de índice em qualquer momento durante os próximos 6 meses.
- c) Formule uma estratégia de *static hedging* para o emitente de uma obrigação de caixa com vencimento a 12 meses, com um valor nominal de €10,000,000, com reembolso *bullet* e ao par, e com uma remuneração variável (daqui a 1 ano) igual a 50% da taxa de desvalorização do índice Eurostoxx50, mas nunca superior a 20%. Calcule ainda o preço de emissão da obrigação, assumindo uma margem de lucro de 1% para o emitente.
- d) Formule uma decisão de *trading* para um depósito bancário com vencimento a 12 meses e com uma remuneração igual 60% da taxa máxima de desvalorização do índice Eurostoxx50.
- e) Formule uma decisão de investimento relativamente a uma obrigação de caixa emitida 2% acima do par com um valor nominal de €10,000,000, com reembolso *bullet* e ao par daqui a 12 meses e com uma remuneração igual a 50% da taxa de valorização do índice Eurostoxx50, desde que tal índice nunca desça abaixo dos 3,136 pontos durante os próximos 12 meses.