

OPÇÕES EXÓTICAS
MSc MATEMÁTICA FINANCEIRA 2011/12
EXAME

30/07/12

Duração: 2.5 horas

CASO 1 (2x2.0=4 valores)

Responda (sucinta e objectivamente) a somente duas das questões seguintes:

- a) Comente a seguinte afirmação: “Uma *As-You-Like-It option* simples com vencimento no momento T_2 e data de escolha no momento T_1 pode ser decomposta numa carteira de opções *standard* envolvendo uma *call option* com vencimento no momento T_1 e uma *put option* com vencimento no momento T_2 ”. Justifique.
- b) Deduza a fórmula de avaliação de uma *European-style up-and-out call* com uma barreira (U) superior ao *strike* (X) e sem *rebate*.
- c) Deduza a fórmula de cálculo do valor actual do *rebate* constante R associado a uma *down-and-out call* e a liquidar (eventualmente) na data de vencimento da *call*.

CASO 2 (4 valores)

Considere as seguintes informações relevantes para a avaliação de opções Europeias sobre o índice FTSE100¹ e cotadas em GBP:

- Cotação *spot* do índice FTSE100 = 4,000.00 pontos de índice;
- Libor da GBP a 12 meses: 5% (30/360);
- Volatilidade anualizada do índice FTSE100: 15%;
- *Dividend yield* estimada para o FTSE100: 3% (regime de capitalização contínua);
- Despreze o *credit spread* entre os mercados interbancário e de dívida pública.

Nos dois quadros seguintes efectuem-se 10 simulações da evolução do índice FTSE100 ao longo dos próximos 12 meses, considerando intervalos de tempo bimestrais. Para cada simulação, as duas últimas colunas do segundo quadro incluem o *payoff* terminal de uma *European down-and-in ATM put* sobre o índice FTSE100, com vencimento a 12 meses, barreira igual a 3,800 pontos de índice e monitorização no final de cada um dos próximos 6 bimestres, bem como o respectivo quadrado.

Random numbers from $N(0,1)$						
j \ i	1	2	3	4	5	6
1	-0,3002	-1,2777	0,2443	1,2765	1,1984	1,7331
2	-2,1836	-0,2342	1,0950	-1,0867	-0,6902	-1,6904
3	-1,8469	-0,9776	-0,7735	-2,1179	-0,5679	-0,4040
4	0,1349	-0,3655	-0,3270	-0,3702	1,3426	-0,0853
5	-0,1862	-0,5132	1,9722	0,8657	2,3757	-0,6549
6	1,6615	-1,6124	0,5389	0,9022	1,9189	-0,0845
7	-0,5238	0,6751	-0,3813	0,7576	-1,4442	-0,8472
8	-1,5216	-0,3629	-0,0325	0,0281	-0,3227	2,1945
9	-1,7425	-0,7365	-2,5776	1,4477	-1,2798	-0,6536
10	0,7577	0,4667	0,8746	0,5957	-1,3718	-1,1157

¹ Carteira denominada em GBP.

j \ i	Paths for underlying asset price							S _{min}	VT,j	(VT,j) ²
	0	1	2	3	4	5	6			
1	4,000.00	3,932.07	3,640.72	3,700.23	4,006.10	4,316.56	4,805.92	3,640.72		
2	4,000.00	3,503.75	3,458.21	3,702.70	3,468.68	3,329.31	3,005.68	3,005.68		
3	4,000.00	3,576.74	3,373.13	3,221.12	2,832.87	2,739.48	2,675.89	2,675.89		
4	4,000.00	4,038.24	3,953.83	3,880.32	3,798.10	4,128.76	4,112.42	3,798.10		
5	4,000.00	3,959.63	3,841.95	4,340.59	4,582.65	5,306.93	5,104.72	3,841.95		
6	4,000.00	4,433.96	4,022.13	4,162.32	4,404.28	4,959.69	4,940.29	4,022.13	?	
7	4,000.00	3,878.60	4,047.40	3,958.96	4,152.17	3,805.51	3,617.65	3,617.65	?	
8	4,000.00	3,648.71	?	3,570.40	3,581.05	3,515.39	4,026.08	3,515.39		
9	4,000.00	3,599.68	3,445.27	2,945.90	3,223.04	2,983.84	2,870.38	2,870.38		
10	4,000.00	4,195.24	4,322.30	4,565.84	4,741.44	4,364.88	4,081.73	4,081.73		
total									3,830.40	4,164,170.28

Pretende-se que:

- Calcule os três valores assinalados por pontos de interrogação nos dois quadros anteriores.
- Avalie a opção em apreço e calcule o desvio-padrão de tal estimativa.
- Formule uma decisão de investimento para um depósito com vencimento daqui a 12 meses e com uma remuneração variável igual a 50% da taxa anual de desvalorização do índice Eurostock50, caso o mesmo desça abaixo dos 3,800 pontos de índice durante o próximo ano (assuma monitorização bimestral). Está ainda definido o valor máximo de 10% para a anterior remuneração variável. Considere que o mercado transacciona actualmente *European standard puts* sobre o índice FTSE100, com vencimento a 12 meses, com *strike* igual a 3,200 pontos de índice e com um prémio igual a 99.81 pontos de índice.

CASO 3 (12 valores)

Considere as seguintes condições de mercado:

- Taxas EURIBOR: 0.94% a 6 meses; e, 1.22% a 12 meses (base de calendário 30/360);
- Volatilidade anualizada do índice DAX 30:² 20%;
- Dividend yield* estimada para o DAX 30: 1% (capitalização contínua);
- Cotação *spot* do índice DAX 30 = 6,160 pontos de índice;
- O mercado transacciona *European standard options* sobre o índice DAX 30, com vencimento a 12 meses e um *contract size* igual a €1, com os seguintes prémios (*mid*) em pontos de índice:

strikes	5,091	5,600	6,000	6,160	6,776
CALL - prémio	1,167.69	800.03	569.32	491.78	265.80
PUT - prémio	98.53	233.82	398.29	478.83	861.42

Pretende-se que:

- Formule uma decisão de *trading* para um depósito bancário com vencimento a 12 meses e com uma remuneração igual 9% caso o índice DAX 30 valorize ou desvalorize mais do que 10%.

² Carteira denominada em EUR.

- b) Reformule a resposta à alínea anterior assumindo que a remuneração de 9% é liquidada daqui a 1 ano caso o índice DAX 30 valorize mais do que 10% em qualquer momento durante os próximos 12 meses.
- c) Formule uma decisão de investimento relativamente a um depósito bancário (denominado em EUR) com vencimento a 12 meses e com uma remuneração igual a 60% da taxa de valorização do índice DAX 30, desde que tal índice suba acima dos 6,776 pontos durante os próximos 12 meses. Caso o índice DAX 30 nunca suba acima dos 6,776 pontos durante os próximos 12 meses, então a remuneração a liquidar no final do ano será igual a 0%.
- d) Consegue formular uma estratégia de *static hedging* para uma posição curta sobre o depósito definido na alínea anterior? Para o efeito, assuma um valor nominal igual a €100,000 para o depósito.