

OPÇÕES EXÓTICAS
MSc MATEMÁTICA FINANCEIRA 2012/13
EXAME

30/07/13

Duração: 2.5 horas

CASO 1 (2x2=4 valores)

Responda (sucinta e objectivamente) a somente duas das questões seguintes:

- a) Considere uma obrigação de caixa com reembolso *bullet* e ao par daqui a 1 ano e com uma remuneração variável (a liquidar também daqui a 1 ano) igual ao dobro da taxa de desvalorização registada pelo índice PSI20 durante o 2º semestre. Deduza a fórmula de avaliação desta obrigação de caixa.
- b) Deduza a fórmula de avaliação de uma *European-style down-and-in put* com uma barreira (L) inferior ao *strike* (X) e sem *rebate*.
- c) Considere uma *put* Europeia sobre o activo “S”, com *strike* “X”, com vencimento no momento “T” e com um payoff terminal igual a:

$$V_T = \max[X - \max(S_T, L); 0]$$

onde $0 < L < X$. Defina, no momento “t” ($\leq T$), a fórmula de avaliação deste contrato.

CASO 2 (4 valores)

Considere as seguintes informações relevantes para a avaliação de opções Europeias sobre o índice Eurostoxx50¹ e cotadas em euros:

- Euribor a 3 meses: 0.2% (30/360);
- Volatilidade anualizada do índice Eurostoxx50: 20%;
- Cotação *spot* do índice Eurostoxx50 = 2,800 pontos de índice;
- *Dividend yield* estimada para o Eurostoxx50: 4% (capitalização contínua);
- Despreze o *credit spread* entre o mercados interbancário e a dívida pública com *rating* AAA.

Nos dois quadros seguintes efectuem-se 10 simulações da evolução do índice Eurostoxx50 ao longo dos próximos 3 meses, considerando intervalos de tempo quinzenais. Para cada simulação, as quatro últimas colunas do segundo quadro incluem as cotações máxima e mínima registadas pelo índice Eurostoxx50 em cada simulação (excluindo a cotação actual), o *payoff* terminal de uma *European up-and-out ATM put* sobre o índice Eurostoxx50, com barreira igual a 2,900 pontos de índice, com um *rebate* igual a 10 pontos de índice e com vencimento a 3 meses, bem como o respectivo quadrado.

¹ Carteira denominada em EUR.

Random numbers from $N(0,1)$						
$j \backslash i$	1	2	3	4	5	6
1	-2.5393	0.4351	0.3469	-0.2899	-1.1732	0.3391
2	-0.1646	-1.6018	-0.0244	0.4642	2.0546	1.3835
3	0.7140	-0.7503	-0.1871	0.7291	-0.5726	0.1082
4	0.1249	-1.7955	1.8606	0.7084	0.9246	-0.8078
5	-0.9472	1.2256	-0.0152	-0.8725	0.5683	-0.3649
6	-1.2579	-0.2537	0.6186	-1.2692	-0.4581	1.1251
7	-0.0477	0.6930	0.0721	-1.0462	0.7984	1.6138
8	-1.9841	-0.6458	-0.6189	-0.6712	-0.5061	0.0715
9	2.4233	0.9435	-0.5447	0.0857	0.6585	-0.6353
10	1.2925	2.0610	0.0882	0.4237	1.3180	0.7223

Paths for underlying asset price								Smax	Smin	$V_{T,j}$	$(V_{T,j})^2$
$j \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6				
1	2,800.00	2,518.18	2,557.13	2,587.34	2,550.72	2,425.57	2,453.45	2,587.34	2,425.57		
2	2,800.00	2,774.53	2,592.62	2,583.79	2,626.87	2,849.81	3,008.13	3,008.13	2,583.79		
3	2,800.00	2,875.86	2,782.37	2,754.54	2,830.91	2,758.82	2,764.34	2,875.86	2,754.54		
4	2,800.00	2,807.52	2,602.79	2,801.41	2,876.65	2,980.10	2,876.46	2,980.10	2,602.79		
5	2,800.00	2,687.29	2,818.35	2,809.80	2,704.94	2,761.74	2,714.34	2,818.35	2,687.29		
6	2,800.00	2,653.42	2,619.74	2,680.25	2,538.77	2,485.71	2,596.26	2,680.25	2,485.71	?	
7	2,800.00	2,787.81	2,860.88	2,862.39	2,736.09	2,819.92	3,004.69	3,004.69	2,736.09	10.00	
8	2,800.00	2,575.91	2,502.82	2,434.48	2,362.96	2,309.06	2,310.22	2,575.91	2,309.06	489.78	
9	2,800.00	3,083.71	3,197.07	?	3,122.60	3,199.94	3,110.49	3,199.94	3,083.71	?	
10	2,800.00	2,944.59	3,195.33	3,199.12	3,247.08	3,418.31	3,512.12	3,512.12	2,944.59	10.00	
total										1,211.40	410,607.03

Pretende-se que:

- Calcule os três valores assinalados por pontos de interrogação nos dois quadros anteriores.
- Avalie a opção em apreço e calcule o desvio-padrão de tal estimativa.
- Formule uma decisão de *trading* para uma obrigação de caixa cotada a 100.05% do par, denominada em EUR, emitida há 9 meses atrás, com vencimento daqui a 3 meses e com reembolso *bullet* e ao par. Daqui a 3 meses a obrigação promete pagar uma remuneração variável igual a 50% da taxa média trimestral de valorização do índice Eurostoxx50. Considere que a cotação do índice Eurostoxx50 era de 3,000 pontos há 9 meses atrás e que a média das 3 cotações trimestrais já observadas é igual a 2,970 pontos de índice.

CASO 3 (12 valores)

Considere as seguintes condições de mercado:

- Taxas EURIBOR: 0.2% a 3 meses; e 0.3% a 6 meses (base de calendário 30/360);
- Cotação *spot* do índice Eurostoxx50² = 2,800 pontos de índice;
- Volatilidade anualizada do índice Eurostoxx50: 20%;
- *Dividend yield* estimada para o Eurostoxx50: 4% (capitalização contínua);
- O mercado transacciona *European standard options* sobre o índice Eurostoxx50, com vencimento a 3 e a 6 meses e um *contract size* igual a €1, com os seguintes prémios (*mid*) em pontos de índice:

	3 months			6 months			
strikes	2,539.68	2,800.00	2,825.32	2,539.68	2,800.00	2,825.32	2,940.00
CALL - prémio	261.30	98.34	87.60	275.80	131.87	121.56	82.33
PUT - prémio	27.57	124.80	139.36	67.12	183.12	198.09	273.37

Pretende-se que:

- a) Formule uma decisão de *trading* para um depósito bancário com vencimento a 6 meses e com uma remuneração igual a 10% caso o índice Eurostoxx50 valorize ou desvalorize menos do que 5%.
- b) Reformule a resposta à alínea anterior assumindo que a remuneração de 10% é liquidada daqui a 6 meses caso o índice Eurostoxx50 nunca desvalorize mais do que 5% em qualquer momento durante os próximos 6 meses.
- c) Formule uma decisão de investimento relativamente a um depósito bancário (denominado em EUR) com vencimento a 6 meses e com uma remuneração igual a 40% da taxa de desvalorização do índice Eurostoxx50, desde que tal índice nunca suba acima dos 2,940 pontos durante os próximos 6 meses.
- d) Formule uma decisão de investimento relativamente a um depósito bancário (denominado em EUR) com vencimento a 6 meses e com uma remuneração igual a 60% da taxa de valorização ou de desvalorização do índice Eurostoxx50. Daqui a 3 meses o investidor terá de decidir se aposta na valorização ou na desvalorização do índice.
- e) Admita que daqui a 3 meses o índice Eurostoxx50 está cotado a 2,800 pontos de índice e o depositante da alínea anterior opta pela desvalorização. Defina as operações a desencadear daqui a 3 meses pelo emitente do depósito definido na alínea anterior.

² Carteira denominada em EUR.