

OPÇÕES EXÓTICAS
MSc MATEMÁTICA FINANCEIRA 2018/19
EXAME

30/07/19

Duração: 2.5 horas

CASO 1 (2x1.75=3.5 valores)

Responda (sucinta e objectivamente) a somente duas das questões seguintes:

- a) Assumindo um geometric Brownian motion, deduza a fórmula de avaliação de uma *European-style down-and-in call* com uma barreira (L) superior ao *strike* (X) e sem *rebate*.
- b) Considere uma range-accrual note com reembolso bullet (ao valor nominal) e com um cupão anual igual a 8% vezes o número de dias de cupão em que a Libor do USD a 3 meses está compreendida entre 2.5% e 3%, e a dividir pelo número total de dias úteis no período de cupão. Assuma que hoje a taxa overnight no Mercado monetário do USD é igual a 2% (ACT/365), a range-accrual note irá vencer-se já amanhã e o ultimo período de cupão contém 260 dias úteis, dos quais 219 dias já registaram um valor da US-Libor a 3 meses entre 2.5% e 3%. Formalize apenas o cálculo do fair value desta range-accrual note.
- c) Admita ter vendido uma *as-you-like-it option* simples (com vencimento no momento T_2) e ter feito o *static hedging* desta posição curta mediante a compra de uma *put standard* com vencimento no momento anterior T_1 e de *calls standard* com vencimento no momento posterior T_2 . Admita estar agora no momento T_1 e o comprador da *as-you-like-it option* simples decidir escolher deter uma *put*. Enuncie as operações a desencadear no momento T_1 bem como todos os *cash flows* a elas associados.

CASO 2 (3.5 valores)

Considere as seguintes informações relevantes para a avaliação de opções Europeias sobre o índice S&P500¹ e cotadas em USD:

- Libor a 3 meses: 2.5% (30/360);
- Volatilidade anualizada do índice S&P500: 25%;
- Cotação *spot* do índice S&P500 = 2,940 pontos de índice;
- *Dividend yield* esperada para o índice S&P500 = 2% (em regime de capitalização contínua);
- Despreze o *credit spread* entre o mercados interbancário e a dívida pública com *rating* AAA.

Nos dois quadros seguintes efectuem-se 10 simulações da evolução do índice S&P500 ao longo dos próximos 3 meses, considerando intervalos de tempo quinzenais. Para cada simulação, as quatro últimas colunas do segundo quadro incluem as cotações máxima e mínima registadas pelo índice S&P500 em cada simulação (excluindo a

¹ Carteira denominada em USD.

cotação actual), o *payoff* terminal de uma *European up-and-out ATM put* sobre o índice S&P500, com barreira igual a 3,000 pontos de índice e com vencimento a 3 meses, bem como o respectivo quadrado.

Random numbers from $N(0,1)$						
$j \backslash i$	1	2	3	4	5	6
1	-2.6154	-1.5543	0.3553	-0.5014	0.4066	-0.4830
2	-0.2799	-1.7834	1.6203	0.6515	-1.8858	1.2927
3	-0.4386	0.4457	1.9781	1.6141	-0.5804	-0.3643
4	1.5153	-1.0838	-1.0963	0.1606	0.7790	1.0576
5	-0.6138	-0.9251	-0.4103	0.4144	-0.3571	0.0362
6	-1.2998	-0.5118	-1.5955	-0.0792	-0.3277	-0.4837
7	0.8095	-0.9817	2.3900	-1.1881	-1.5057	-0.6357
8	2.1215	-1.3992	1.5724	0.2413	-0.4594	-0.2957
9	-1.6254	-0.6724	-0.5889	-1.1505	1.2952	0.8417
10	-0.3518	0.1869	0.6601	0.8518	-0.1321	1.8908

Paths for underlying asset price											
j \ i	0	1	2	3	4	5	6	Smin	Smax	$V_{T,j}$	$(V_{T,j})^2$
1	2,940.00	2,569.84	2,371.29	2,412.02	2,348.52	2,395.13	2,334.25	2,334.25	2,569.84	?	
2	2,940.00	2,895.13	2,640.39	2,864.85	2,958.45	2,684.07	2,863.96	2,640.39	2,958.45		
3	2,940.00	2,871.78	2,934.62	3,242.77	3,517.31	3,410.93	3,344.43	2,871.78	3,517.31		
4	2,940.00	3,172.88	2,998.86	2,832.59	2,852.77	2,965.21	3,126.21	2,832.59	3,172.88		
5	2,940.00	2,846.21	2,711.99	2,652.89	2,706.62	2,654.84	2,656.83	2,652.89	2,846.21	?	
6	2,940.00	2,748.30	2,674.51	2,462.68	2,450.05	2,406.78	2,345.53	2,345.53	2,748.30		
7	2,940.00	3,060.63	2,907.89	3,281.49	3,085.06	2,853.76	2,759.64	2,759.64	3,281.49	?	
8	2,940.00	3,272.57	3,043.71	3,294.40	3,331.56	3,250.80	3,198.61	3,043.71	3,331.56		
9	2,940.00	2,703.01	2,608.97	2,528.96	2,382.14	2,542.12	2,650.77	2,382.14	2,703.01		
10	2,940.00	2,884.53	2,908.97	3,005.34	?	3,110.94	3,422.31	2,884.53	3,422.31		
						total				1,848.65	889,941.49

Pretende-se que:

- Calcule os quatro valores assinalados por pontos de interrogação nos dois quadros anteriores. (1.5 valores)
- Avalie a opção em apreço e calcule o desvio-padrão de tal estimativa. (1 valor)
- Reavalie a opção em apreço, admitindo agora estar definida também uma barreira (de *knock-out*) inferior igual a 2,350 pontos de índice. (1 valor)

CASO 3 (13 valores)

Considere as seguintes condições de mercado:

- Taxas Libor do USD: 2.5% a 3 meses e 2.6% a 6 meses (base de calendário 30/360);
- Volatilidade anualizada do índice S&P500:² 25%;
- Dividend yield* estimada para o índice S&P500: 2% (capitalização contínua);
- Cotação *spot* do índice S&P500 = 2,940 pontos de índice;
- O mercado transacciona *European standard options* sobre o índice S&P500, com vencimento a 3 e a 6 meses e um *contract size* igual a USD1, com os seguintes prémios (*mid*) em pontos de índice:

² Carteira denominada em USD.

	3 months				6 months			
strikes	2,900.00	2,940.00	2,998.80	3,021.66	2,900.00	2,940.00	2,980.55	3,021.66
CALL - premium	167.41	147.50	121.35	112.16	228.20	208.98	190.73	173.46
PUT - premium	124.06	143.90	176.19	189.72	180.23	200.50	222.28	245.60

Pretende-se que:

- Formule uma decisão de *trading* para um depósito bancário denominado em USD, com vencimento a 6 meses e com uma remuneração igual 2% caso o índice S&P500 desça abaixo dos 2,900 pontos de índice (exactamente) daqui a 6 meses. (2V)
- Formule uma decisão de *trading* para um depósito bancário denominado em USD, com vencimento a 6 meses mas que poderá ser reembolsado mais cedo e com uma remuneração de 1% caso o índice S&P500 alguma vez desça abaixo de 2,900 pontos de índice em qualquer momento durante os próximos 6 meses; caso contrário, a remuneração obtida no final dos 6 meses será de 0%. (3V)
- Formule uma decisão de trading para uma obrigação emitida ao par e com um valor nominal igual a US\$5,000,000, com reembolso bullet e ao par daqui a 6 meses, e com uma remuneração variável (a liquidar daqui a 6 meses) igual a 80% da taxa de desvalorização do índice S&P500, caso este índice nunca desça abaixo dos 2,900 pontos de índice durante os próximos 6 meses. (4V)
- Calcule o fair value de uma European-style call sobre o índice S&P500, com um strike igual a 102% da cotação do índice daqui a 3 meses e com vencimento daqui a 6 meses. Para o efeito, assuma que o FRA 3x6 está actualmente cotado a 2.5%. (3V)