

OPÇÕES EXÓTICAS
MSc MATEMÁTICA FINANCEIRA 2015/16
EXAME

28/07/16

Duração: 2.5 horas

CASO 1 (2x2.5=5 valores)

Responda (sucinta e objectivamente) a somente duas das questões seguintes:

- a) Enuncie a formula de avaliação de um contrato que promete pagar, daqui a 1 ano, €10 por cada ponto de índice registado (daqui a 1 ano) pelo índice DAX30, desde que tal índice nunca desça (durante o próximo ano) abaixo de 6000 pontos de índice.
- b) Considere um depósito a 1 ano que paga semestralmente 80% da taxa de valorização semestral do índice Eurostock50, desde que o índice nunca atinga mais de 120% do valor registado no início de cada semestre. Identifique a fórmula de avaliação da remuneração a liquidar daqui a 1 ano.
- c) Deduza a fórmula de avaliação de uma *European-style up-and-in put* com uma barreira (U) superior ao *strike* (X) e sem *rebate*.

CASO 2 (4 valores)

Considere as seguintes informações relevantes para a avaliação de opções Europeias sobre o índice Dax30¹ e cotadas em euros:

- Euribor a 6 meses: -0.2% (30/360);
- Volatilidade anualizada do índice Dax30: 30%;
- Cotação *spot* do índice Dax30 = 9,630 pontos de índice;
- *Dividend yield* esperada para o índice Dax30 = 1% (em regime de capitalização contínua);
- Despreze o *credit spread* entre o mercados interbancário e a dívida pública com *rating* AAA.

Nos dois quadros seguintes efectuem-se 10 simulações da evolução do índice Dax30 ao longo dos próximos 6 meses, considerando intervalos de tempo mensais. Para cada simulação, as quatro últimas colunas do segundo quadro incluem as cotações máxima e mínima registadas pelo índice Dax30 em cada simulação (excluindo a cotação actual), o *payoff* terminal de uma *European down-and-out ATM call* sobre o índice Dax30, com barreira igual a 9,500 pontos de índice e com vencimento a 6 meses, bem como o respectivo quadrado.

¹ Carteira denominada em EUR.

Random numbers from $N(0,1)$						
$j \backslash i$	1	2	3	4	5	6
1	-0.5378	-0.1538	0.1373	2.1500	0.3014	0.4851
2	1.0466	1.3019	0.3264	0.6440	-0.5574	-0.6352
3	-1.0021	-0.0176	0.0057	0.5248	-1.1367	-0.8978
4	-0.5743	0.9024	-0.4468	-0.9659	1.3151	-0.5406
5	0.4820	-0.7348	0.7508	-1.2954	-0.5496	0.4014
6	1.2611	-1.0026	1.8324	0.3399	-0.7072	-0.1157
7	0.3835	-0.7510	-0.0641	1.2153	-0.2825	0.0484
8	-1.0070	1.1207	-0.7663	-1.2311	1.1421	-2.4788
9	0.5702	0.2594	-0.3145	0.9281	-0.1022	-0.6168
10	-0.6725	1.2195	-0.5796	0.0241	-1.1292	-0.5671

Paths for underlying asset price											
j \ i	0	1	2	3	4	5	6	Smax	Smin	V _{T,j}	(V _{T,j}) ²
1	9,630.00	9,148.21	8,984.40	9,048.80	10,849.04	11,083.21	11,504.00	11,504.00	8,984.40		
2	9,630.00	10,493.64	11,690.42	11,968.63	12,595.19	11,944.72	11,251.79	12,595.19	10,493.64		
3	9,630.00	8,787.66	8,732.67	8,695.58	9,056.75	8,168.81	7,521.90	9,056.75	7,521.90		
4	9,630.00	9,119.32	9,813.88	9,396.69	8,601.71	9,593.65	9,111.44	9,813.88	8,601.71		
5	9,630.00	9,992.86	9,332.36	9,912.13	8,818.29	?	8,623.51	9,992.86	8,368.55		
6	9,630.00	10,690.39	9,754.87	11,378.26	11,662.67	10,917.84	10,757.81	11,662.67	9,754.87	?	
7	9,630.00	9,908.00	9,240.10	9,145.40	10,112.27	9,821.10	9,815.62	10,112.27	9,145.40	-	
8	9,630.00	8,783.90	9,633.33	8,972.06	8,026.47	8,818.93	7,081.48	9,633.33	7,081.48	-	
9	9,630.00	10,069.51	10,249.49	9,926.82	10,706.69	10,562.06	9,965.23	10,706.69	9,926.82	?	
10	9,630.00	9,042.08	10,001.64	9,466.95	9,441.81	8,521.59	8,074.72	10,001.64	8,074.72	-	
							total			3,084.84	4,014,545.99

Pretende-se que:

- Calcule os três valores assinalados por pontos de interrogação nos dois quadros anteriores. (2 valores)
- Avalie a opção em apreço e calcule o desvio-padrão de tal estimativa. (1 valor)
- Formule uma decisão de *trading* para uma obrigação de caixa cotada ao par, denominada em EUR, emitida hoje por um prazo de 6 meses, com reembolso *bullet* e a 99% par, e com uma remuneração variável igual a 50% da taxa de valorização do índice Dax30, desde que em nenhum mês o índice Dax30 esteja cotado abaixo dos 9,500 pontos de índice. (1 valor)

CASO 3 (11 valores)

Considere as seguintes condições de mercado:

- Taxas US-Libor: 0.7493% a 3 meses; e 0.75% a 6 meses (base de calendário 30/360);
- Volatilidade anualizada do índice S&P500:² 30%;
- Dividend yield* estimada para o índice S&P500: 2% (capitalização contínua);
- Cotação *spot* do índice S&P500 = 2,000 pontos de índice;
- O mercado transacciona *European standard options* sobre o índice S&P500, com vencimento a 3 e a 6 meses e um *contract size* igual a US\$1, com os seguintes prémios (*mid*) em pontos de índice:

² Carteira denominada em USD.

	3 months			6 months				
strikes	1,800.00	2,000.00	2,006.27	1,800.00	1,820.00	2,000.00	2,006.27	2,103.88
CALL - premium	235.13	116.07	113.21	269.78	257.20	161.64	158.88	120.32
PUT - premium	41.74	122.30	125.70	82.96	90.31	174.07	177.55	236.24

Pretende-se que:

- Formule uma decisão de *trading* para um depósito bancário (denominado em USD) com vencimento a 6 meses e com uma remuneração igual 1% caso o índice S&P500 desça abaixo dos 1,800 pontos de índice em qualquer momento durante os próximos 6 meses. (3 valores)
- Formule uma decisão de investimento relativamente a uma obrigação de caixa emitida 1% acima do par com um valor nominal de US\$10,000,000, com reembolso *bullet* e ao par daqui a 6 meses e com uma remuneração (a liquidar daqui a 6 meses) igual a 40% da taxa de valorização do índice S&P500, desde que tal índice nunca desça abaixo dos 1,950 pontos durante os próximos 6 meses. (3 valores)
- Formule uma decisão de *trading* para um depósito bancário (denominado em USD) com vencimento a 6 meses e com uma remuneração igual 1% caso o índice S&P500 desvalorize mais do que 10% daqui a 6 meses. (3 valores)
- Formule uma estratégia de *static hedging* para o depósito definido na alínea a) capaz de eliminar o risco assumido pelo emitente. Atendendo à estratégia agora definida, considera necessário reformular a avaliação do depósito efectuada na alínea c)? (2 valores)