

**OPÇÕES EXÓTICAS**  
**MSc MATEMÁTICA FINANCEIRA 2015/15**  
**EXAME**

**30/07/15**

**Duração: 2.5 horas**

**CASO 1 (2x2.5=5 valores)**

Responda (sucinta e objectivamente) a somente duas das questões seguintes:

- a) Formule, no momento “ $t$ ” ( $\leq T$ ), o cálculo do *fair value* de uma obrigação de caixa com vencimento no momento “ $T$ ” e que paga nessa mesma data o reembolso do valor nominal e uma remuneração variável. Tal remuneração variável é igual à taxa de variação do índice PSI20 entre os momentos “ $T$ ” e “ $t$ ”, desde que a cotação máxima registada pelo PSI20 entre os momentos “ $T$ ” e “ $t$ ” seja superior a 120% da cotação no momento “ $t$ ”.
- b) Admita vender uma *as-you-like-it option* simples com vencimento no momento  $T_2$  e com data de escolha no momento  $T_1$  ( $< T_2$ ). Considere ainda já ter efectuado o *static hedging* desta posição curta mediante a compra de uma *call* standard com vencimento no momento  $T_2$  e de uma *put* standard com vencimento no momento  $T_1$ . Caso, no momento  $T_1$ , o cliente decida escolher a *put*, quais serão as operações financeiras que deverá desencadear no momento  $T_1$  para garantir o *hedging* da sua posição?
- c) Deduza a fórmula de avaliação de uma *European-style down-and-out put* com uma barreira ( $L$ ) inferior ao *strike* ( $X$ ) e sem *rebate*.

**CASO 2 (4 valores)**

Considere as seguintes informações relevantes para a avaliação de opções Europeias sobre o índice PSI20 e cotadas em euros:

- Euribor a 6 meses: 0.1% (30/360);
- Volatilidade anualizada do índice PSI20: 25%;
- *Dividend yield* estimada para o índice PSI20: 3.401% (regime de capitalização contínua);
- Cotação *spot* do índice PSI20 = 6,900 pontos de índice.

Nos dois quadros seguintes efectuam-se 10 simulações da evolução do índice PSI20 ao longo dos próximos 6 meses, considerando intervalos de tempo mensais. Para cada simulação, as quatro últimas colunas do segundo quadro incluem as cotações mínima e máxima (mensais) registadas pelo índice PSI20 em cada simulação (excluindo a cotação actual), o *payoff* terminal de uma *European up-and-in ATM call* sobre o índice PSI20, com barreira igual a 7,500 pontos de índice e com vencimento a 6 meses, bem como o respectivo quadrado.

Random numbers from $N(0,1)$						
$j \backslash i$	1	2	3	4	5	6
1	0.4026	-0.1301	0.2746	-2.9948	-0.6345	-0.0627
2	-0.2805	1.1349	0.2844	0.6327	-1.2251	1.2727
3	1.0381	-0.2222	1.1463	-0.3944	1.6657	0.7380
4	0.8668	0.1224	-0.5476	-1.4753	-0.0727	-0.5691
5	0.3264	-0.6900	1.6847	-1.0715	-1.0479	-0.2964
6	0.0930	-1.1045	0.6261	0.1357	-0.3848	-0.3485
7	-1.2059	2.9007	1.4015	3.3347	-1.8908	-0.7622
8	-2.2172	-0.3373	-1.2321	-1.9507	0.5076	-0.1991
9	0.1986	2.0648	2.0700	-0.3202	-0.0586	-0.1981
10	-1.8972	0.8080	0.0640	-0.1301	-0.7216	1.2359

Paths for underlying asset price										$V_{T,j}$	$(V_{T,j})^2$
$j \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	$S_{min}$	$S_{max}$		
1	6,900.00	7,065.46	6,962.06	7,063.50	5,660.18	5,377.97	5,325.09	5,325.09	7,065.46		
2	6,900.00	6,725.60	7,260.66	7,371.65	7,674.84	6,987.87	7,619.18	6,725.60	7,674.84		
3	6,900.00	7,397.10	7,240.52	7,823.00	7,562.84	8,483.35	8,899.63	7,240.52	8,899.63	?	
4	6,900.00	7,306.18	7,331.62	7,009.87	6,268.24	6,202.14	5,920.78	5,920.78	7,331.62		
5	6,900.00	7,026.75	6,649.70	7,469.29	6,876.54	6,341.63	6,174.27	6,174.27	7,469.29		
6	6,900.00	6,909.35	6,345.88	6,603.73	6,633.10	6,416.98	6,224.20	6,224.20	6,909.35	?	
7	6,900.00	6,291.11	7,714.66	8,490.17	10,742.59	?	8,776.21	6,291.11	10,742.59		
8	6,900.00	5,848.33	5,677.19	5,166.42	4,463.98	4,605.82	4,515.87	4,463.98	5,848.33		
9	6,900.00	6,962.24	8,037.84	9,283.09	9,022.57	8,936.51	8,762.62	6,962.24	9,283.09		
10	6,900.00	5,984.95	6,310.45	6,305.82	6,213.50	5,866.70	6,379.76	5,866.70	6,379.76		
total										6,457.63	11,505,232.20

Pretende-se que:

- Calcule os três valores assinalados por pontos de interrogação nos dois quadros anteriores.
- Avalie a opção em apreço e calcule o desvio-padrão de tal estimativa.
- Formule uma decisão de *trading* para um depósito bancário denominado em EUR, com vencimento a 6 meses e com uma remuneração variável igual a 10% caso o índice PSI20 valorize ou desvalorize mais do que 30% em qualquer um dos próximos 6 meses (e face à cotação actual).

### **CASO 3 (11 valores)**

Considere as seguintes condições de mercado:

- Taxas EURIBOR: 0.1% a 6 meses; e 0.2% a 12 meses (base de calendário 30/360);
- Volatilidade anualizada do índice Dax30:<sup>1</sup> 20%;
- Dividend yield* estimada para o Dax30: 1% (capitalização contínua);
- Cotação *spot* do índice Dax30 = 12,000 pontos de índice;
- O mercado transacciona *European standard options* sobre o índice Dax30, com vencimento a 6 e a 12 meses e um *contract size* igual a €1, com os seguintes prémios (*mid*) em pontos de índice:

<sup>1</sup> Carteira denominada em EUR.

	6 months		12 months		
strikes	11,609.78	12,000.00	11,609.78	12,000.00	12,610.06
CALL - prémio	845.16	648.02	1,088.94	903.19	662.24
PUT - prémio	508.99	701.88	794.95	998.64	1,366.52

Pretende-se que:

- Formule uma decisão de *trading* para um depósito bancário com vencimento a 12 meses e com uma remuneração igual 5% caso o índice Dax30 não desvalorize mais do que 10% daqui a 1 ano.
- Reformule a resposta à alínea anterior assumindo que a remuneração de 5% é liquidada daqui a 12 meses caso o índice Dax30 nunca desça abaixo dos 10,800 pontos de índice em qualquer momento durante os próximos 12 meses.
- Formule uma decisão de investimento relativamente a uma obrigação de caixa emitida ao par com um valor nominal de €5,000,000, com reembolso *bullet* e a 97% do par daqui a 12 meses e com uma remuneração igual a 60% da taxa de desvalorização do índice Dax30, desde que tal índice nunca suba acima dos 12,200 pontos durante os próximos 12 meses.
- Determine a estratégia de *static hedging* a implementar pelo banco emitente relativamente à emissão definida na alínea anterior. Utilize somente opções *standard*.
- A instituição financeira EVN pretende emitir ao par obrigações de caixa com um valor nominal de €10,000,000, com reembolso *bullet* e a 95% do par daqui a 12 meses e com a seguinte remuneração variável a liquidar semestralmente: 40% da taxa de valorização semestral do índice Dax30. Formule uma decisão de *trading*.