

OPÇÕES EXÓTICAS
MSc MATEMÁTICA FINANCEIRA 2017/18
EXAME

31/07/18

Duração: 2.5 horas

CASO 1 (2x1.75=3.5 valores)

Responda (sucinta e objectivamente) a somente duas das questões seguintes:

- a) Assumindo um geometric Brownian motion, deduza a fórmula de avaliação de uma *European-style down-and-in call* com uma barreira (L) inferior ao *strike* (X) e sem *rebate*.
- b) Considere uma *European-style put* sobre a acção SLB, com vencimento daqui a 3 anos e *strike* igual ao preço que a acção fizer daqui a 1 ano. Mostre que tal contrato nunca poderá ser mais caro que uma *plain-vanilla European-style* e *at-the-money put* sobre a mesma acção SLB e com vencimento daqui a 2 anos.
- c) Enuncie a estratégia de *static hedging* a adoptar para uma posição curta sobre uma *range asset-or-nothing option* usando somente opções Europeias standard e *cash-or-nothing options*.

CASO 2 (3.5 valores)

Considere as seguintes informações relevantes para a avaliação de opções Europeias sobre o índice S&P500¹ e cotadas em USD:

- Libor a 6 meses: 2.5% (30/360);
- Volatilidade anualizada do índice S&P500: 20%;
- Cotação *spot* do índice S&P500 = 2,800 pontos de índice;
- *Dividend yield* esperada para o índice S&P500 = 3% (em regime de capitalização contínua);
- Despreze o *credit spread* entre o mercados interbancário e a dívida pública com *rating* AAA.

Nos dois quadros seguintes efectuem-se 10 simulações da evolução do índice S&P500 ao longo dos próximos 6 meses, considerando intervalos de tempo bimestrais. Para cada simulação, as quatro últimas colunas do segundo quadro incluem as cotações máxima e mínima registadas pelo índice S&P500 em cada simulação (excluindo a cotação actual), o *payoff* terminal de uma *European down-and-out ATM call* sobre o índice S&P500, com barreira igual a 2,400 pontos de índice e com vencimento a 6 meses, bem como o respectivo quadrado.

¹ Carteira denominada em USD.

Random numbers from $N(0,1)$						
$j \backslash i$	1	2	3	4	5	6
1	0.6626	-1.5796	-0.5291	-0.1893	1.1588	-0.3047
2	0.6236	-0.6458	1.2496	1.6263	0.3164	-0.1495
3	1.2062	-1.4241	0.7852	0.6303	-0.1767	1.2962
4	0.5403	-0.0622	0.2701	-0.0924	1.4496	0.2086
5	0.0957	-0.7960	-1.1633	-0.2071	-0.0416	1.0864
6	-0.8025	?	-2.0559	1.6385	-0.6832	-0.2399
7	-0.3959	-1.4785	-0.2825	-1.4285	-0.7275	-1.1052
8	0.5767	-0.2466	0.4147	0.2510	-0.8559	-2.0726
9	0.4142	-1.6872	0.0879	1.3537	-0.2268	-1.7890
10	-0.6259	-0.4204	-1.2915	0.3584	0.7887	0.8549

Paths for underlying asset price										$V_{T,j}$	$(V_{T,j})^2$
$j \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	S_{min}	S_{max}		
1	2,800.00	2,903.10	2,644.51	2,559.58	2,526.45	2,695.61	2,643.05	2,526.45	2,903.10		
2	2,800.00	2,896.56	2,784.70	2,986.77	3,273.93	3,327.30	3,291.80	2,784.70	3,327.30	?	
3	2,800.00	2,995.66	2,753.44	2,875.10	2,975.41	2,939.04	3,160.80	2,753.44	3,160.80		
4	2,800.00	2,882.67	2,866.32	2,905.27	2,883.76	3,128.94	3,160.22	2,866.32	3,160.22		
5	2,800.00	2,809.62	2,677.81	2,498.62	2,463.74	2,452.69	2,605.99	2,452.69	2,809.62		
6	2,800.00	2,667.63	2,697.85	2,390.89	2,622.60	2,515.88	2,476.07	2,390.89	2,697.85	?	
7	2,800.00	2,730.99	2,502.30	2,456.66	2,257.44	2,160.05	2,022.28	2,022.28	2,730.99		
8	2,800.00	2,888.73	2,841.93	2,904.69	2,940.92	2,793.26	2,473.05	2,473.05	2,940.92		
9	2,800.00	2,861.76	2,590.70	2,598.42	2,803.76	2,761.49	2,485.28	2,485.28	2,861.76		
10	2,800.00	2,694.97	2,624.84	2,431.14	2,476.77	2,586.73	2,711.92	2,431.14	2,711.92		
total										1,212.83	501,806.25

Pretende-se que:

- Calcule os três valores assinalados por pontos de interrogação nos dois quadros anteriores. (1.5 valores)
- Avalie a opção em apreço e calcule o desvio-padrão de tal estimativa. (1 valor)
- Reavalie a opção em apreço, admitindo agora estar definido um non-deferrable rebate de 100 pontos de índice. (1 valor)

CASO 3 (13 valores)

Considere as seguintes condições de mercado:

- Taxas Libor do USD: 2.5% a 6 e a 12 meses (base de calendário 30/360);
- Volatilidade anualizada do índice Dow Jones:² 20%;
- Dividend yield* estimada para o índice Dow Jones: 2% (capitalização contínua);
- Cotação *spot* do índice Dow Jones = 20,300 pontos de índice;
- O mercado transacciona *European standard options* sobre o índice Dow Jones, com vencimento a 6 e a 12 meses e um *contract size* igual a USD10, com os seguintes prémios (*mid*) em pontos de índice:

	6 months				12 months			
	20,000.00	20,300.00	20,604.50	20,913.57	20,000.00	20,300.00	20,604.50	20,913.57
CALL - premium	1,304.10	1,156.07	1,018.43	891.38	1,771.52	1,629.71	1,494.57	1,366.24
PUT - premium	959.17	1,107.45	1,270.55	1,448.74	1,382.71	1,533.54	1,695.42	1,868.58

² Carteira denominada em USD.

Pretende-se que:

- a) Formule uma decisão de *trading* para um depósito bancário denominado em USD, com vencimento a 6 meses e com uma remuneração igual 2% caso o índice Dow Jones desça abaixo dos 20,000 pontos de índice (exactamente) daqui a 6 meses. (2V)
- b) Formule uma decisão de trading para outro depósito bancário denominado em USD, com vencimento a 6 meses e com uma remuneração variável igual a 2% (daqui a 6 meses) caso o índice Dow Jones alguma vez desça abaixo dos 20,000 pontos de índice durante os próximos 6 meses. (3V)
- c) Calcule o *fair value* de uma obrigação (denominada em USD) com um valor nominal igual a US\$10,000,000, com vencimento a 1 ano, reembolso bullet e ao par, e com um cupão semestral igual a 60% da taxa de desvalorização semestral do Dow Jones index. (3V)
- d) Formule uma estratégia de *static hedging* para uma posição curta sobre a obrigação definida na alínea anterior. (1V)
- e) Formule uma decisão de trading para uma obrigação emitida ao par e com um valor nominal igual a US\$10,000,000, com reembolso bullet e ao par daqui a 6 meses, e com uma remuneração variável (a liquidar daqui a 6 meses) igual a 30% da taxa de desvalorização do índice Dow Jones index, caso este índice alguma vez desça abaixo dos 20,000 pontos de índice durante os próximos 6 meses. (4V)