OPÇÕES
PÓS-GRADUAÇÃO EM *CORPORATE FINANCE* 2002-2003
EXAME - RESOLUÇÃO
14/01/03 **Duração: 2.5 horas**

CASO 1

Responda (sucinta e objectivamente) a somente duas das seguintes questões:

a)

Afirmação falsa.

artificial vertical bullish spread		*vertical bullish spread*	
Long spot	-S	Long X1 call (ou put)	-c(X1) ou –p(X1)
Long Xp put	-p(Xp)	Short X2 call (ou put)	+c(X2) ou +p(X2)
Short Xc call	+c(Xc)		
Valor actual	-S-p(Xp)+c(Xc)	Valor actual	-c(X1) +c(X2) ou –p(X1) +p(X2)

Ora não é possível que os valores actuais sejam iguais para X1=X2=Xc ou Xp. Mais ainda, não é possível construir um *spread* para *strikes* iguais.

b)

Afirmação verdadeira.

Via paridade *put-call*:

$$c_t - p_t - S_t e^{-q\tau} = -Xe^{-r\tau}.$$

Portanto, para criar (sinteticamente) uma posição longa sobre o activo sem risco, com vencimento na maturidade das opções e valor nominal "X" basta:
.Short call
.Long put
.Long stock.

c)

Porque na hipótese de existir uma dividend yield igual a "q", o preço do activo subjacente cresce não à taxa "r" mas sim à taxa "r-q".

d)

Valor da opção daqui a 1 ano = $\begin{cases} S_1 - 9 \Leftarrow S_1 > 10 \\ 0 \Leftarrow \text{else} \end{cases} = \begin{cases} S_1 - 10 \Leftarrow S_1 > 10 \\ 0 \Leftarrow \text{else} \end{cases} + \begin{cases} 1 \Leftarrow S_1 > 10 \\ 0 \Leftarrow \text{else} \end{cases}$.

Portanto, o preço de equilíbrio da opção hoje é dado por:

$$c_0(S; X = 10; 1y) + e^{-r\times 1} \times E_0(1|S_1 > 10) = c_0(S; X = 10; 1y) + e^{-r} \times 1 \times N(d_2^M)$$

$$= c_0(S; X = 10; 1y) + e^{-r} \times N\left[\frac{\ln\left(S_0/10\right) + \left(r - q - \sigma^2/2\right)1}{\sigma\sqrt{1}}\right].$$

<u>CASO 2</u>

a)

Posição *spot*: SHORT EUR

Objectivo de cobertura: cobrir o risco de subida da taxa de câmbio *spot* EUR/USD.

Visto pretender-se garantir um preço de compra máximo, por EUR, igual a US$3,200,000/EUR3M = US$1.067, então

Estratégia de *hedging*: Long Xc call com vencimento a 6 meses.

Nº de calls a comprar = EUR3M/EUR1M = 3 calls.

Xc = ?: Xc+c <= US$1.067 e c<= US$200,000/EUR3M = US$0.067.

Xc	Xc+c	c
0.9500	1.0411	0.0911
1.0000	**1.0515**	**0.0515**
1.0500	1.0738	0.0238

Portanto, Xc = US$1.00.

b)

Uma vez que a compra de calls não permite fixar um preço máximo de compra não superior a US$1.067 com um custo máximo de cobertura por EUR não superior a US$90,000/EUR3M = US$0.03, há que implementar uma estratégia *artificial bearish spread*, composta por:

a) Short EUR;
b) 3 Long Xc call;
c) 3 Short Xp (<Xc) put.

A questão reside agora em escolher os *strikes* das opções, de tal forma que

$$\mathrm{Xp, Xc}: \begin{cases} \mathrm{c - p \le US\$0.03} \\ \mathrm{Xc + c - p \le US\$1.067} \end{cases},$$

sendo "c" ("p") o prémio de cada *call* (*put*).

Visto que Xc>Xp, as combinações possíveis são as seguintes:

Xc	Xp	c	p	c-p	Xc+c-p
1.0000	0.95	0.0515	0.0035	0.048	1.0480
1.0500	0.95	0.0238	0.0035	0.0203	1.0703
1.0500	**1**	0.0238	0.0134	0.0104	1.0604

A combinação óptima é então obtida com Xc = US$1.05 e Xp = US$1.00.

c)

Estratégia de *hedging* para uma posição *short US$1.05 put*:

Construir uma posição *long artificial US$1.05 put* (via paridade *put-call*):

	Custo de implementação
Long US$1.05 call	-US$0.0238
Short spot	+US$1.04 x $(1+3.023\%\text{x}6/12)^{-1}$ = US$1.0245
Aplicação financeira	-US$1.05 x $(1+1.75\%\text{x}6/12)^{-1}$ = US$1.0409
Total:	-US$0.0402

Cotação a oferecer = US$0.0402 x (1+1%) = US$0.0406.

CASO 3

a)

Opção Europeia sobre "acção com dividendos discretos" $\Rightarrow$ fórmula de *Black-Scholes* modificada.

Taxa de juro sem risco a 6 meses em RCC:

$$\mathrm{r}: \quad 1 + (3.15\% - 0.15\%) \times \frac{6}{12} = e^{r \times \frac{6}{12}} \Rightarrow r = \frac{12}{6} \times \ln\left(1 + 3\% \times \frac{6}{12}\right) \cong 2.978\%.$$

Cotação *spot* ajustada pelos dividendos:

$$S_t^* = 10 - \frac{0.5}{1 + 3.00\% \times 3/12} \cong \mathrm{EUR}9.504.$$

Valor de equilíbrio da *call* Europeia ATM (X = EUR10):

$$c_t = EUR9.504 \times N(d_1^*) - EUR10 \times e^{-2.978\% \times 0.5} \times N(d_2^*),$$

sendo:

$$d_1^* = \frac{\ln\left(\frac{9.504}{10}\right) + \left[2.978\% + {(0.2)^2}\big/{2}\right] \times 0.5}{0.2\sqrt{0.5}} \cong -0.1837\text{ ; e}$$

$$d_2^* \cong -0.1837 - 0.2 \times \sqrt{0.5} \cong -0.3251.$$

Utilizando uma tabela da distribuição normal estandardizada,

$$N(d_1^*) \cong N(-0.18) = 1 - N(0.18) = 1 - 0.5714 = 0.4286;\text{ e}$$

$$N(d_2^*) \cong N(-0.33) = 1 - 0.6293 = 0.3707.$$

Portanto,

$$c_t = EUR9.504 \times 0.4286 - EUR10 \times e^{-2.978\% \times 0.5} \times 0.3707 \cong EUR0.4212$$

Para um *contract size* de 100 acções, EUR0.4212 x 100 = **EUR42.12**.

b)

$$S_{2,2} = 2.18 \times u.$$

$$u = \frac{2.18}{2.00} = 1.09\text{, por exemplo.}$$

$$S_{2,2} = 2.18 \times 1.09 = \mathbf{2.3762}.$$

Preço de exercício (X) da *put*:

$$X - 1.54 = 0.96 \Rightarrow X = 2.5.$$

$$P_{3,2} = \max(2.5 - 2.18;0) = \mathbf{0.32}.$$

Finalmente, visto que $\Delta t = {3/12}\big/{3} = \frac{1}{12}$,

$$P_{0,0}=\max\left\{2.5-2;e^{-r\times\frac{1}{12}}\times[0.34\times p+0.67\times(1-p)]\right\}.$$

Como

$$r:\quad 1+(3.15\%-0.15\%)\times\frac{3}{12}=e^{r\times\frac{3}{12}}\Rightarrow r=\frac{12}{3}\times\ln\left(1+3\%\times\frac{3}{12}\right)\cong 2.989\%,$$

e p: (por exemplo)

$$P_{2,2}=0.16=\max\left\{2.5-2.3762;e^{-2.989\%\times\frac{1}{12}}\times[0.00\times p+0.32\times(1-p)]\right\}$$

$$\Leftrightarrow 0.16=e^{-2.989\%\times\frac{1}{12}}\times 0.32\times(1-p)\Rightarrow p\cong 0.4988.$$

então

$$P_{0,0}=\max\left\{0.5;e^{-2.989\%\times\frac{1}{12}}\times[0.34\times 0.4988+0.67\times(1-0.4988)]\right\}=\max\{0.5;0.5054\}=\mathbf{0.5054}.$$

<u>CASO 4</u> (4 valores)

a)

Utilizando a fórmula de *Merton*,

$$p_t=-6{,}084.15\times e^{-1\%\times 2}\times N\left(-d_1^M\right)+6{,}084.15\times e^{-r\times 2}\times N\left(-d_2^M\right),$$

sendo:

$$r=\ln(1+4\%)\cong 3.922\%.$$

$$d_1^M=\frac{\ln\left(\frac{6{,}084.15}{6{,}084.15}\right)+\left[3.922\%-1\%+\frac{\left(0.03467\times\sqrt{52}\right)^2}{2}\right]\times 2}{0.03467\times\sqrt{52}\times\sqrt{2}}\cong 0.3421\text{; e}$$

$$d_2^M\cong 0.3421-0.03467\times\sqrt{52}\times\sqrt{2}\cong -0.0115.$$

Utilizando uma tabela da distribuição normal estandardizada,

$$N\left(-d_1^M\right)\cong N(-0.34)=1-N(0.34)=1-0.6331=0.3669;\text{ e}$$

$$N\left(-d_2^M\right)\cong N(0.01)=0.5040.$$

Portanto,

$$p_t = -6{,}084.15 \times e^{-1\% \times 2} \times 0.3669 + 6{,}084.15 \times e^{-3.922\% \times 2} \times 0.5040$$
$$\cong 647.00$$

Para um *contract size* de EUR10, EUR10 x 647.00 = **EUR6,470.00**.

b)

$$B_0 = \frac{2\%}{1+3.25\%} + \frac{102\%}{(1+4\%)^3} + RV_0.$$

Por seu turno,

$$RV_2 = 40\% \times \begin{cases} \dfrac{S_0 - S_2}{S_0} \Leftarrow S_2 < S_0 \\ \\ 0\% \Leftarrow S_2 \geq S_0 \end{cases}$$
$$= \frac{40\%}{S_0} \times \begin{cases} S_0 - S_2 \Leftarrow S_2 < S_0 \\ \\ 0 \Leftarrow S_2 \geq S_0 \end{cases}$$
$$= \frac{40\%}{S_0} \times p_2(S_2; X = S_0; 2y),$$

onde “S” representa a cotação do índice PSI20.

Portanto,

$$RV_0 = \frac{40\%}{S_0} \times p_0(S_0; X = S_0; 2y)$$
$$= \frac{40\%}{6{,}084.15} \times 647.00$$
$$\cong 4.254\%.$$

$$B_0 = 1.94\% + 94.30\% + 4.254\% = 100.50\%.$$

Estratégia de *hedging*:

	Custo de implementação

Depósito a 1 ano no valor de	-EUR10M x 1.94%
Depósito a 2 anos no valor de	-EUR10M x 94.30%
Compra de (EUR10Mx4.254%)/(647xEUR1)=657.446 puts ATM com vencimento a 6 meses	- EUR10Mx4.254%
Total	-EUR10,049,545.53

c)

Margem de intermediação = 100% - B_0,

sendo:

$$B_0 = \frac{2\%}{1+3.25\%} + \frac{102\%}{(1+4\%)^3} + RV_0,$$

e

$$RV_2 = 10\% \times \begin{cases} \dfrac{S_0 - S_2}{S_0} \Leftarrow S_2 < S_0 \\ \dfrac{S_2 - S_0}{S_0} \Leftarrow S_2 \geq S_0 \end{cases}$$

$$= \frac{10\%}{S_0} \times \begin{cases} S_0 - S_2 \Leftarrow S_2 < S_0 \\ S_2 - S_0 \Leftarrow S_2 \geq S_0 \end{cases}$$

$$= \frac{10\%}{S_0} \times \left(\begin{cases} 0 \Leftarrow S_2 < S_0 \\ S_2 - S_0 \Leftarrow S_2 \geq S_0 \end{cases} + \begin{cases} S_0 - S_2 \Leftarrow S_2 < S_0 \\ 0 \Leftarrow S_2 \geq S_0 \end{cases} \right)$$

$$= \frac{10\%}{S_0} \times \left[c_2(S_2; X = S_0; 2y) + p_2(S_2; X = S_0; 2y) \right].$$

Portanto,

$$RV_0 = \frac{10\%}{S_0} \times \left[c_0(S_2; X = S_0; 2y) + p_0(S_2; X = S_0; 2y) \right].$$

Via paridade *put*-*call*,

$$c_0(S_2; X = S_0; 2y) - 647 = 6{,}084.15 \times e^{-1\% \times 2} - 6{,}084.15 \times e^{-3.922\% \times 2}$$

$$\Leftrightarrow c_0(S_2; X = S_0; 2y) = 985.53.$$

$$RV_0 = \frac{10\%}{6{,}084.15} \times [985.53 + 647.00] \cong 2.683\%.$$

$$B_0 = 1.94\% + 94.30\% + 2.683\% = 98.92\%.$$

Margem de intermediação = 100% - 98.92% = **1.08%**.