OPÇÕES
PÓS-GRADUAÇÃO EM *CORPORATE FINANCE* 2003-2004
EXAME - RESOLUÇÃO
18/12/03 **Duração: 2.5 horas**

CASO 1

a)

A estratégia de *hedging* a implementar deverá consistir num *artificial future*.

Visto comprar USD ser equivalente a vender EUR, dever-se-á tratar de um *short artificial future*:

Long X put + Short X call, ambas as opções sobre a taxa de cambio EUR/USD e com vencimento a 3 meses. O *strike* "X" dependerá da taxa de cambio *forward* que se pretenda fixar.

b)

Afirmação verdadeira. A combinação de uma posição *short spot* com uma posição *long call* gera um perfíl de resultados idêntico ao de uma posição *long put*, mas com um *strike* diferente.

Via paridade *put-call*:

$$-p_t = -c_t + S_t e^{-q\tau} - Xe^{-r\tau}.$$

Portanto, para criar (sinteticamente) uma posição *long put* com igual *strike* é ainda necessário efectuar um depósito com valor igual ao present value do *strike*.

c)

Porque na hipótese de existir uma dividend yield igual a "q", o preço do activo subjacente cresce não à taxa "r" mas sim à taxa "r-q".

A rentabilidade total da acção, num mundo neutral face ao risco continua a supor-se igual a "r", mas agora decomposta em 2 parcelas: "q" via recebimento de dividendos; e "r-q" via mais-valias.

d)

Valores admíssiveis para a *put* daqui a 1 ano:
.max(EUR10-EUR15,EUR0) = EUR0, no cenário *up*; e
.max(EUR10-EUR8,EUR0) = EUR2, no cenário *down*.

Probabilidade de ocorrência do cenário *up* (num universo neutral face ao risco) = p:

EUR10 x 1.025 = EUR15 x p + EUR8 x (1-p) $\Rightarrow$ p $\cong$ 0.3214

Portanto, o preço de equilíbrio da *put* hoje é dado por:

$$\frac{\text{EUR}2 \times (1-0.3214)}{1+2.5\%} \cong \text{EUR}1.3241..$$

<u>CASO 2</u>

a)

Posição *spot*: SHORT EDP

Objectivo de cobertura: limitar perdas (minimizar a perda máxima admissível).

⇓
Estratégia de *hedging*: Long Xc call com vencimento a 3 meses.

Nº de calls a comprar = 1,000/100 = 10 calls.

Perda máxima associada à estratégia (por acção):

+2.06-(Xc+c)-2.06x3%x0.25

Portanto, minimizar a perda máxima equivale a minimizar (Xc+c):

Xc	c	Xc+c
1.90	0.2074	**2.1074**
2.00	0.1339	2.1339
2.10	0.0784	2.1784

Assim, Xc = EUR1.90 e aperda máxima admissível é igual a:

(+2.06-2.1074-2.06x3%x0.25)x1,000 = EUR62.85.

b)

Não é exeqüível implementar uma estratégia LONG Xc CALL, uma vez que todos os contractos possuem um prémio ask superior a EUR0.06.

Para reduzir o custo da cobertura, dever-se-á adoptar uma estratégia *vertical bullish spread*:

a) Long X1 call (ou put);
b) Short X2 (>X1) call (ou put).

Visto que as puts só possuem um bid para o strike mais baixo, a estratégia terá de ser implementada via calls.

A questão reside agora em escolher os *strikes* das opções, de tal forma que c1-c2 <= 0.06.

Visto que X1<X2, as combinações possíveis são as seguintes:

long	short	ask	bid	custo	lucro max
X1	X2	c1	c2	c1-c2	X2-X1-c1+c2
1.90	2.00	0.2074	0.1333	0.0741	0.0259
1.90	2.10	0.2074	0.0781	0.1293	0.0707
2.00	2.10	0.1339	0.0781	**0.0558**	0.0442

A combinação óptima é então obtida com X1 = EUR2.00 e X2 = EUR2.10.

O lucro máximo por acção proporcionado por tal estratégia *call vertical bullish spread* é igual a EUR0.0442.

c)

Paridade *put-call* para opções Europeias (sem dividendos):

$$c_t(S,X,T) - p_t(S,X,T) = S_t - Xe^{-r\tau}$$

$$\Leftrightarrow p_t(S,X,T) = c_t(S,X,T) - S_t + Xe^{-r\tau}$$

Ou seja,

Short Put = Short Call + Long Stock + Financiamento

Portanto,

$$p_0^{bid} = 0.1333 - 2.08 + 2.00 \times e^{-r \times 0.25}.$$

A taxa de juro sem risco pode ser obtida com base noutro strike para o qual sejam conhecidas as cotações bid da call e da put, i.e. X=1.90:

$$0.0180 = 0.2064 - 2.08 + 1.90 \times e^{-r \times 0.25} \Rightarrow r \cong 1.772\%.$$

Portanto,

$$p_0^{bid} = 0.1333 - 2.08 + 2.00 \times e^{-1.772\% \times 0.25} \cong \text{EUR}0.0445.$$

CASO 3

a)

Opção Europeia sobre "acção com dividendos discretos" $\Rightarrow$ fórmula de *Black-Scholes* modificada.

Taxa de juro sem risco a 1 ano em RCC:

$$r = \ln(1 + 2.5\%) \cong 2.469\%.$$

Volatilidade anualizada:

$$\sigma = 8.66\% \times \sqrt{12} \cong 30\%.$$

Cotação *spot* ajustada pelos dividendos:

$$S_t^* = 5 - \frac{0.2}{1 + 2.25\% \times 6/12} - \frac{0.3}{1 + 2.45\% \times 9/12} \cong \text{EUR}4.508.$$

Valor de equilíbrio da *put* Europeia ATM (X = EUR5):

$$p_t = -\text{EUR}4.508 \times N(-d_1^*) + \text{EUR}5 \times e^{-2.469\% \times 1} \times N(-d_2^*),$$
sendo:

$$d_1^* = \frac{\ln\left(\frac{4.508}{5}\right) + \left[2.469\% + (0.3)^2/2\right] \times 1}{0.3\sqrt{1}} \cong -0.1130\text{; e}$$

$$d_2^* \cong -0.1130 - 0.3 \times \sqrt{1} \cong -0.4130.$$

Utilizando uma tabela da distribuição normal estandardizada,

$$N(-d_1^*) \cong N(0.11) = 0.5438;\text{e}$$

$$N(-d_2^*) \cong N(0.41) = 0.6591.$$

Portanto,

$$p_t = -\text{EUR}4.508 \times 0.5438 + \text{EUR}5 \times e^{-2.469\% \times 1} \times 0.6591 \cong \text{EUR}0.7637.$$

Para um *contract size* de 100 acções, EUR0.7637 x 100 = **EUR76.37**.

b)

$$\Delta t = 0.25 = \frac{0.5}{2} \Rightarrow n = 2.$$

$$u = \exp\left(30\% \times \sqrt{0.25}\right) \cong 1.1618.$$

$$d = \frac{1}{1.1618} \cong 0.8607.$$

Grelha binomial para o *spot*:

0	1	2
		6,7493
	5,8092	
5,0000		5,0000
	4,3035	
		3,7041

Visto não serem estimados dividendos para os próximos 6 meses, então q = 0%.

$$p = \frac{e^{2.469\% \times 0.25} - 0.8607}{1.1618 - 0.8607} \cong 0.4832.$$

Grelha binomial para a *put*:

0	1	2
		0,0000
	0,0000	
0,3578		0,0000
	0,6965	
		1,2959

CASO 4

a)

Utilizando a fórmula de *Merton*,

$$c_t = 2{,}500 \times e^{-1\% \times 1} \times N\left(d_1^M\right) - 2{,}625 \times e^{-r \times 1} \times N\left(d_2^M\right),$$

sendo:

$$r = \ln(1 + 2.5\%) \cong 2.469\%.$$

$$d_1^M = \frac{\ln\left(\frac{2{,}500}{2{,}625}\right) + \left[32.469\% - 1\% + \frac{(0.25)^2}{2}\right] \times 1}{0.25 \times \sqrt{1}} \cong -0.0114\text{; e}$$

$$d_2^M \cong -0.0114 - 0.25 \times \sqrt{1} \cong -0.2614.$$

Utilizando uma tabela da distribuição normal estandardizada,

$$N\left(d_1^M\right) \cong N(-0.01) = 1 - N(0.01) = 1 - 0.5040 = 0.4960\text{; e}$$

$$N\left(d_2^M\right) \cong N(-0.26) = 1 - N(0.26) = 1 - 0.6026 = 0.3974.$$

Portanto,

$$c_t = 2{,}500 \times e^{-1\% \times 1} \times 0.496 - 2{,}625 \times e^{-2.469\% \times 1} \times 0.3974 \cong 209.93.$$

Para um *contract size* de EUR10, EUR10 x 209.93 = **EUR2,099.30**.

b)

$$100\% = \frac{1\% + 99\%}{1 + 2.5\%} + RV_0.$$

Por seu turno,

$$RV_1 = x\% \times \begin{cases} \dfrac{S_1 - S_0}{S_0} \Leftarrow S_1 > S_0 \\ \\ 0\% \Leftarrow S_1 \leq S_0 \end{cases}$$

$$= \frac{x\%}{S_0} \times \begin{cases} S_1 - S_0 \Leftarrow S_1 > S_0 \\ \\ 0 \Leftarrow S_1 \leq S_0 \end{cases}$$

$$= \frac{x\%}{S_0} \times c_1(S_1; X = S_0; 1y),$$

onde "S" representa a cotação do índice Eurostock50.

Portanto,

$$RV_0 = \frac{x\%}{S_0} \times c_0(S_0; X = S_0; 1y)$$
$$= \frac{x\%}{2{,}500} \times 262.89$$

$$x\%: \quad 100\% = \frac{1\% + 99\%}{1 + 2.5\%} + x\% \frac{262.89}{2{,}500} \Leftrightarrow x\% \cong 23.19\%.$$

c)

Margem de intermediação = 100% - B_0,

sendo:

$$B_0 = \frac{100\%}{1 + 2.5\%} + RV_0,$$

e

$$RV_1 = 30\% \times \begin{cases} \dfrac{S_1 - S_0}{S_0} \Leftarrow S_1 > 1.05 S_0 \\ \\ 0 \Leftarrow S_1 \leq 1.05 S_0 \end{cases}$$
$$= \frac{30\%}{S_0} \times \left(\begin{cases} S_1 - 1.05 S_0 \Leftarrow S_1 > 1.05 S_0 \\ \\ 0 \Leftarrow S_1 \leq 1.05 S_0 \end{cases} + \begin{cases} 0.05 S_0 \Leftarrow S_1 > 1.05 S_0 \\ \\ 0 \Leftarrow S_1 \leq 1.05 S_0 \end{cases} \right).$$

Portanto,

$$RV_0 = e^{-2.469\% \times 1} \times E_0(RV_1)$$
$$\Updownarrow$$
$$RV_0 = \frac{30\%}{S_0} \times \left[c_0(S; X = 1.05 S_0; 1y) + e^{-2.469\% \times 1} \times 0.05 S_0 \times \Pr ob(S_1 > 1.05 S_0) \right]$$

Visto que $1.05 S_0 = 2{,}625$ e utilizando os resultados da alínea a),

$$RV_0 = \frac{30\%}{2{,}500} \times \left[c_0(S; X = 2{,}625; 1y) + e^{-2.469\% \times 1} \times 0.05 \times 2{,}500 \times N\left[d_2^M (X = 2{,}625) \right] \right]$$

$$\Updownarrow$$

$$RV_0 = \frac{30\%}{2{,}500} \times \left[209.93 + e^{-2.469\% \times 1} \times 0.05 \times 2{,}500 \times 0.3974\right] \cong 3.1\%.$$

Portanto,

$$B_0 = \frac{100\%}{1 + 2.5\%} + 3.1\% \cong 100.66\%$$

e

Margem de intermediação = 100% - 100.66% = **-0.66%**.