OPÇÕES
PÓS-GRADUAÇÃO EM *GIF* 2000-2001
EXAME - RESOLUÇÃO
28/05/02 **Duração: 2.5 horas**

CASO 1

Responda (sucinta e objectivamente) a somente duas das seguintes questões:

a) Porque razão é por vezes possível avaliar *calls* Americanas como sendo opções de compra Europeias?

Tal apenas é possível quando o activo subjacente não gera dividendos durante a vida da opção. Isto porque o exercício antecipado da *call* americana envolveria a perda do respectivo valor tempo (por contra-ponto à sua venda em mercado).

b) Comente a seguinte afirmação: "Para opções Europeias sobre acções que violem a paridade *put-call* só é possível implementar uma estratégia de arbitragem caso a acção subjacente nunca pague dividendos".

Afirmação verdadeira. A não ser que fosse possível prever com exactidão o valor e a data de pagamento dos dividendos futuros.

c) Explique como é possível estimar a *dividend yield* de uma acção via mercado de opções.

Tal é possível através da paridade *put-call*:

$$c_t(S,X,T) - p_t(S,X,T) = S_t \times e^{-q \times (T-t)} - X \times e^{-r \times (T-t)}$$

Isto porque, todos os *inputs* da fórmula anterior são directamente observáveis em mercado, á excepção da incógnita "q".

CASO 2

a)

Estratégia: Short Straddle = .Short X call
.Short X put

Perfil de resultados:

	Se $S_T < X$	Se $S_T > X$
Short X call - payoff	0	X - S_T
Short X put - payoff	S_T - X	0

Prémios	c+p	c+p
total	S_T – (X-c-p)	(X+c+p) - S_T

Pontos de *breakeven* admissíveis:

Strike	Breakeven X-c-p	Breakeven X+c+p
0.6100	0.5793	0.6407
0.6200	0.5934	0.6466
0.6300	**0.6052**	**0.6548**
0.6400	0.6145	0.6655

Conclusão: X = £0.63.

b)

Posição *spot*: LONG GBP = SHORT EUR

Objectivo de cobertura: garantir preço de venda GBP/EUR mínimo, ou seja, preço de compra EUR/GBP máximo igual a £1,000,000/ EUR1,570,105 ≅ £0.6369.

Estratégia de cobertura: LONG EUR/GBP call.

A questão reside apenas em determinar o *strike* (X) e o número de *calls* a comprar.

X: $X + c \leq 0.6369$.

Strike (X)	c	X+c
0.6100	**0.0269**	**0.6369**
0.6200	0.0199	0.6399
0.6300	0.0141	0.6441
0.6400	0.0095	0.6495

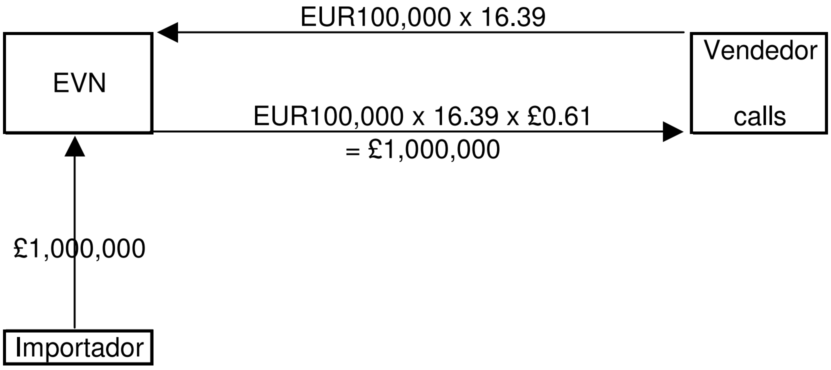
Portanto, X = £0.61.

Finalmente,

N: $GBP1{,}000{,}000 = EUR100{,}000 \times GBP0.61 \times N \Rightarrow N \cong 16.39$ calls. Na prática, apenas 16 calls.

c)

As 16.39 calls terminam ITM (0.65>X) e portanto são exercidas:



Contra-valor em EUR é também influenciado pelo prémio pago. Desprezando desfazamentos temporais:

EUR100,000 x 16.39 x (1-£0.0269/£0.6318) ≅ **EUR1,569,217**.

A diferença face ao contra-valor mínimo objectivo resulta apenas da conversão do prémio para EUR ser efectuada à taxa de câmbio (spot) em vigor no momento zero.

CASO 3

a)

Opção Europeia sobre "acção com dividendos discretos" ⇒ fórmula de *Black-Scholes* modificada.

Volatilidade: $\sigma = 2.66774\% \times \sqrt{52} \cong 20\%$.

Taxa de juro sem risco a 6 meses em RCC:

$$r: \quad 1 + 3.5\% \times \frac{6}{12} = e^{r \times \frac{6}{12}} \Rightarrow r = \frac{12}{6} \times \ln\left(1 + 3.5\% \times \frac{6}{12}\right) \cong 3.470\%.$$

Cotação *spot* ajustada pelos dividendos:

$$S_t^* = 5 - \frac{0.1}{1 + 3.25\% \times 3/12} \cong \text{EUR}4.90.$$

Valor de equilíbrio da *put* Europeia (X = EUR4.5):

$$p_t = -\text{EUR}4.90 \times N\left(-d_1^*\right) + \text{EUR}4.50 \times e^{-3.47\% \times \frac{6}{12}} \times N\left(-d_2^*\right),$$

sendo:

$$d_1^* = \frac{\ln\left(\frac{4.90}{4.50}\right) + \left[3..47\% + (0.2)^2/2\right] \times 0.5}{0.2\sqrt{0.5}} \cong 0.7955 \text{; e}$$

$d_2^* \cong 0.7955 - 0.2 \times \sqrt{0.5} \cong 0.6541.$

Utilizando uma tabela da distribuição normal estandardizada,

$N(-d_1^*) \cong N(-0.80) = 1 - N(0.80) = 1 - 0.7881 = 0.2119;$ e

$N(-d_2^*) \cong N(-0.65) = 1 - N(0.65) = 1 - 0.7422 = 0.2578.$

Portanto,

$$p_t = -\text{EUR}4.90 \times 0.2119 + \text{EUR}4.50 \times e^{-3.47\% \times \frac{6}{12}} \times 0.2578 \cong \text{EUR}0.10.$$

Para um *contract size* de 100 acções, EUR0.10 x 100 = **EUR10**.

b)

$\underline{\Pr ob(S_T > \text{EUR}4.5) = 1 - \Pr ob(S_T < \text{EUR}4.5) = 1 - N(-d_2^*) = 1 - 0.2578 = 0.7422.}$

A anterior probabilidade é calculada na óptica de um investidor neutral face ao risco.

c)

$S_{2,0} = 4.72 \times d.$

$d = \frac{4.72}{5.00} \cong 0.9440 = e^{20\% \times \sqrt{\frac{0.25}{3}}}$, por exemplo.

$S_{2,0} = 4.72 \times 0.9440 \cong$ **4.46**.

$P_{3,1} = \max(5.00 - 4.72;0) =$ **0.28**.

Finalmente, visto que $\Delta t = 0.25/3$ e

$$r: \quad 1 + 3.25\% \times \frac{3}{12} = e^{r \times \frac{3}{12}} \Rightarrow r = \frac{12}{3} \times \ln\left(1 + 3.25\% \times \frac{3}{12}\right) \cong 3.237\%,$$

$$P_{0,0} = \max\left\{5.00 - 5.00; e^{-3.237\% \times \frac{0.25}{3}} \times [0.07 \times p + 0.34 \times (1-p)]\right\}.$$

Como

$$p = \frac{e^{(3.237\% - 0\%) \times \frac{0.25}{3}} - 0.944}{(0.944)^{-1} - 0.944} \cong 0.509,$$

então

$$P_{0,0} = \max\left\{0.00; e^{-3.237\% \times \frac{0.25}{3}} \times [0.07 \times 0.509 + 0.34 \times (1 - 0.509)]\right\} \cong \mathbf{0.20}.$$

d) Trata-se simplesmente da probabilidade de atingir os 2 últimos nós da grelha binomial, no período 3:

$$\begin{aligned} & 0.509 \times 0.491 \times 0.491 \\ & + 0.491 \times 0.509 \times 0.491 \\ & + 0.491 \times 0.491 \times 0.509 \\ & + (0.491)^3 \end{aligned}$$

$$\cong 0.4865.$$

<u>CASO 4</u>

a)

Utilizando a fórmula de *Merton*,

$$p_t = -3{,}500 \times e^{-2.3\% \times 1} \times N(-d_1^M) + 3{,}500 \times e^{-r \times 1} \times N(-d_2^M),$$

sendo:

$$r = \ln(1 + 3.75\%) \cong 3.68\%.$$

$$d_1^M = \frac{\ln\left(\frac{3{,}500}{3{,}000}\right) + \left[3.68\% - 2.3\% + \frac{(0.22)^2}{2}\right] \times 1}{0.22 \times \sqrt{1}} \cong 0.17 \text{ ; e}$$

$$d_2^M \cong 0.17 - 0.22 \times \sqrt{1} \cong -0.05.$$

Utilizando uma tabela da distribuição normal estandardizada,

$N\left(-d_1^M\right) \cong 1 - N(0.17) = 1 - 0.5575 = 0.4425$; e

$N\left(-d_2^M\right) \cong N(0.05) = 0.5199$.

Portanto,

$$\begin{aligned} p_t &= -3{,}500 \times e^{-2.3\% \times 1} \times 0.4425 + 3{,}500 \times e^{-3.68\% \times 1} \times 0.5199 \\ &\cong 274.66. \end{aligned}$$

Para um *contract size* de EUR10, EUR10 x 274.66 = **EUR2,746.60**.

b)

$$B_0 = \frac{101\%}{(1+3.75\%)^1} + RV_0.$$

Por seu turno,

$$RV_3 = \begin{cases} 14\% \Leftarrow 70\% \times \dfrac{S_0 - S_1}{S_0} > 14\% \\ 70\% \times \dfrac{S_0 - S_1}{S_0} \Leftarrow 0\% \le 70\% \times \dfrac{S_0 - S_1}{S_0} \le 14\% \\ 0\% \Leftarrow 70\% \times \dfrac{S_0 - S_1}{S_0} \le 0\% \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow RV_3 = \frac{70\%}{S_0} \times \begin{cases} 0.2S_0 \Leftarrow S_1 < 0.8S_0 \\ S_0 - S_1 \Leftarrow 0.8S_0 \le S_1 \le S_0 \\ 0 \Leftarrow S_1 \ge S_0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow RV_3 = \frac{70\%}{S_0} \times \left(\begin{cases} S_0 - S_1 \Leftarrow S_1 < S_0 \\ 0 \Leftarrow S_1 \ge S_0 \end{cases} - \begin{cases} 0.8S_0 - S_1 \Leftarrow S_1 < 0.8S_0 \\ 0 \Leftarrow S_1 \ge 0.8S_0 \end{cases} \right)$$

$$\Leftrightarrow RV_3 = \frac{70\%}{S_0} \times \left[p_1(S; X = S_0; 1) - p_1(S; X = 0.8S_0; 1)\right].$$

Portanto,

$$RV_0 = \frac{70\%}{3{,}500} \times \left[274.66 - p_0(S; X = 0.8 \times 3{,}500; 1Y)\right]$$

$$RV_0 = \frac{70\%}{3{,}500} \times \left[274.66 - p_0\left(S; X = 2{,}800; 1Y\right)\right]$$

$$RV_0 = \frac{70\%}{3{,}500} \times \left[274.66 - 47.79\right] \cong 4.54\%.$$

Em suma,

$$B_0 = 97.34\% + 4.54\% = 101.90\% < 103\% \Rightarrow \text{Não subscrever.}$$

c)

Visto que

$$RV_0 = \frac{70\%}{3{,}500} \times \left[p_0\left(S; X = S_0; 1\right) - p_0\left(S; X = 0.8S_0; 1\right)\right].$$

então é possível implementar a seguinte estratégia de *static hedging*:

- Depósito a 12 meses no valor de $EUR1 \times \frac{101\%}{\left(1 + 3.75\%\right)^1}$;
- Compra de $\frac{EUR1M \times 70\%}{3{,}500 \times EUR10}$ *European standard puts* sobre o índice Eurostock50, com vencimento a 12 meses, com um *contract size* igual a EUR10 e com um *strike* igual a 3,500 pontos de índice; e
- Venda de $\frac{EUR1M \times 70\%}{3{,}500 \times EUR10}$ *European standard puts* sobre o índice Eurostock50, com vencimento a 12 meses, com um *contract size* igual a EUR10 e com um *strike* igual a 2,800 pontos de índice.

Tal estratégia implica um investimento igual a:

$$- EUR1 \times \frac{101\%}{\left(1 + 3.75\%\right)^1} - \frac{EUR1M \times 70\%}{3{,}500 \times EUR10} \text{ x } 274.66 \text{ x } EUR10$$
$$+ \frac{EUR1M \times 70\%}{3{,}500 \times EUR10} \text{ x } 47.79 \text{ x } EUR10 \cong EUR1{,}019{,}000,$$

ou seja, aproximadamente igual a 101.90%xEUR1M.