

CASO 1

O quadro seguinte apresenta algumas taxas de juro *spot* (efectivas anuais; ACT/ACT) estimadas para a *settlement date* de 27/Fev/07, com base numa amostra de obrigações do Tesouro Português (preços *ask*) e através do método de *Nelson-Siegel*:

Prazos:	0.3479 anos	1 anos	3 anos	4 anos
Taxas:	2.837%	3%	3.5%	3.75%

Caso necessite de taxas *spot* adicionais, utilize interpolação ou extrapolação linear. Admita estar somente interessado em transaccionar as obrigações do Tesouro (com cupão anual na base de calendário ACT/ACT e reembolso *bullet* e ao par) descritas no quadro seguinte:

	Taxa de cupão	Data vencimento	Valor de cotação	Juros vencidos ⁽¹⁾	Duration de FW	Índice de dispersão
OT 2008	4%	04/Jul/2008	101.15 (<i>bid</i>) 101.20 (<i>ask</i>)	2.61%	1.31 anos	-
OT 2015	3.75%	04/Jul/2015	95.80 (<i>bid</i>) 95.85 (<i>ask</i>)	2.45%	7.10 anos	17.55 ⁽²⁾

(1) À data de 27/Fev/07.

(2) Calculado em torno de uma duração de 3.66 anos.

Considere ainda que o número de dias de calendário entre 27/Fev/07 e 04/Jul/07 é igual a 127 dias.

Pretende-se que:

- Calcule o índice de dispersão, em torno de uma duração de 3.66 anos, de uma carteira de obrigações composta em 60% pela OT 2008 e em 40% pela OT 2015.
- Constitua uma carteira de obrigações capaz de garantir hoje o pagamento de duas responsabilidades no valor de EUR2,000,000 e EUR4,000,000, e vencíveis daqui a 3 e 4 anos, respectivamente. Para o efeito, considere que o índice de dispersão das responsabilidades é igual a 0.23.

CASO 1 - Resolução

a)

- Índice dispersão da OT 2008:

$$I_{2008} = \frac{\left(\frac{127}{365} - 3.66\right)^2 \times \frac{4\%}{(1 + 2.837\%)^{\frac{127}{365}}} + (1.3479 - 3.66)^2 \times \frac{104\%}{[1 + r(0,1.3479)]^{1.3479}}}{\frac{4\%}{(1 + 2.837\%)^{\frac{127}{365}}} + \frac{104\%}{[1 + r(0,1.3479)]^{1.3479}}}$$

Via interpolação linear,

$$r(0,1.3479) \approx 3\% + (3.5\% - 3\%) \times \frac{1.3479 - 1}{2 - 1} \cong 3.087\%.$$

Portanto,

$$I_{2008} = \frac{(0.3479 - 3.66)^2 \times \frac{4\%}{(1 + 2.837\%)^{0.3479}} + (1.3479 - 3.66)^2 \times \frac{104\%}{[1 + 3.087\%]^{1.3479}}}{\frac{4\%}{(1 + 2.837\%)^{0.3479}} + \frac{104\%}{[1 + 3.087\%]^{1.3479}}}$$
$$= \frac{5.7707}{1.03785} \cong 5.56.$$

- Índice dispersão da carteira:

$$I_c = 60\% \times 5.56 + 40\% \times 17.55 \cong 10.36.$$

b)

Para o efeito, é necessário que:

1. VA = VL

$$VA = VL = \frac{EUR2,000,000}{(1 + 3.5\%)^3} + \frac{EUR4,000,000}{(1 + 3.75\%)^4} \cong EUR5,256,177.79$$

2. DA = DL

$$DA = DL = \frac{3 \times \frac{EUR2,000,000}{(1+3.5\%)^3} + 4 \times \frac{EUR4,000,000}{(1+3.75\%)^4}}{EUR5,256,177.79} \cong 3.66 \text{ anos}$$

Tal implica a seguinte composição para a carteira de activos, sendo $x_{2008}(x_{2015})$ o peso relativo a atribuir à OT 2008 (OT 2015):

$$\begin{cases} 1.31 x_{2008} + 7.10 x_{2015} = 3.66 \\ x_{2008} + x_{2015} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1.31(1 - x_{2015}) + 7.10 x_{2015} = 3.66 \\ x_{2008} = 1 - x_{2015} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{2015} \cong 40.59\% \\ x_{2008} \cong 59.41\% \end{cases}$$

3. IA ≥ IL

$$IA = 59.41\% \times 5.56 + 40.59\% \times 17.55 \cong 10.43 > IL = 0.23.$$

As 3 condições anteriores são verificadas e portanto é possível constituir uma estratégia de imunização. A carteira de activos a constituir é a seguinte:

Obrigação	%	Investimento		VN
OT 2008	59.41%	EUR 3,122,695.23	÷ (101.20%+2.61%)	EUR 3,008,087.11
OT 2015	40.59%	EUR 2,133,482.56	÷ (95.85%+2.45%)	EUR 2,170,379.01
		EUR5,256,177.79		

CASO 2

O quadro seguinte apresenta algumas taxas de juro *spot* (efectivas anuais; ACT/365) estimadas para a *settlement date* de 23/Abr/04, com base numa amostra de obrigações do Tesouro Alemão (preços *ask*) e através do método de *Nelson-Siegel*:

Prazos:	1.1973 anos	5 anos	6 anos
Taxas:	2.161%	3.359%	3.612%

Caso necessite de taxas *spot* adicionais, utilize os seguintes parâmetros de *Nelson-Siegel*:

beta0	0.055
beta1	0.036
beta2	0.033
beta3	1.9

Admita estar somente interessado em transaccionar as obrigações do Tesouro (com cupão anual na base de calendário ACT/ACT e reembolso *bullet* e ao par) descritas no quadro seguinte:

	Taxa de cupão	Data vencimento	Valor de cotação	Juros vencidos ⁽¹⁾	Duration de FW	Índice de dispersão
DBR 2005	3%	04/Jul/2005	100.97 (<i>bid</i>) 100.99 (<i>ask</i>)	2.41%	1.17 anos	-
DBR 2013	3.75%	04/Jul/2013	97.17 (<i>bid</i>) 97.21 (<i>ask</i>)	3.01%	7.66 anos	11.36 ⁽²⁾

(3) À data de 23/Abr/04.

(4) Calculado em torno de uma duração de 5.74 anos.

Considere ainda que o número de dias de calendário entre 23/Abr/04 e 04/Jul/04 é igual a 72 dias.

Pretende-se que:

- Calcule o índice de dispersão da obrigação DBR 2005 em torno de uma duração de 5.74 anos.
- Constitua uma carteira de obrigações capaz de garantir hoje o pagamento de duas responsabilidades no valor de EUR1,000,000 e EUR3,000,000, e vencíveis daqui a 5 e 6 anos, respectivamente. Para o efeito, considere que o índice de dispersão das responsabilidades é igual a 0.19.

CASO 2 - Resolução

a)

$$I_{2005} = \frac{\left(\frac{72}{365} - 5.74\right)^2 \times 3\% \times \delta\left(\frac{72}{365}\right) + \left(1 + \frac{72}{365} - 5.74\right)^2 \times 103\% \times \delta\left(1 + \frac{72}{365}\right)}{3\% \times \delta(0.1973) + 103\% \times \delta(1.1973)}$$

Falta apenas calcular o factor de desconto a 0.1973 anos:

$$\delta(0.1973) = \exp\left\{-\beta_0 \times 0.1973 + \beta_1 \beta_3 \left(1 - e^{-\frac{0.1973}{\beta_3}}\right) + \beta_2 \beta_3 \left[1 - \left(1 + \frac{0.1973}{\beta_3}\right) e^{-\frac{0.1973}{\beta_3}}\right]\right\}$$

$$\Leftrightarrow \delta(0.1973) = \exp\left\{-0.055 \times 0.1973 + 0.036 \times 1.9 \times \left(1 - e^{-\frac{0.1973}{1.9}}\right) + 0.033 \times 1.9 \times \left[1 - \left(1 + \frac{0.1973}{1.9}\right) e^{-\frac{0.1973}{1.9}}\right]\right\}$$

$$\Leftrightarrow \delta(0.1973) \cong 0.9962.$$

Portanto,

$$I_{2005} = \frac{\left(\frac{72}{365} - 5.74\right)^2 \times 3\% \times 0.9962 + \left(1 + \frac{72}{365} - 5.74\right)^2 \times 103\% \times (1 + 2.161\%)^{-1}}{3\% \times 0.9962 + 103\% \times (1 + 2.161\%)^{-1}} \cong 20.93.$$

b)

Para o efeito, é necessário que:

1. VA = VL

$$VA = VL = \frac{\text{EUR}1,000,000}{(1 + 3.359\%)^5} + \frac{\text{EUR}3,000,000}{(1 + 3.612\%)^6} \cong \text{EUR}3,272,447.62$$

2. DA = DL

$$DA = DL = \frac{5 \times \frac{\text{EUR}1,000,000}{(1 + 3.359\%)^5} + 6 \times \frac{\text{EUR}3,000,000}{(1 + 3.612\%)^6}}{\text{EUR}3,272,447.62} \cong 5.74 \text{ anos}$$

Tal implica a seguinte composição para a carteira de activos, sendo x_{2005} (x_{2013}) o peso relativo a atribuir ao DBR 2005 (DBR 2013):

$$\begin{cases} 1.17 x_{2005} + 7.66 x_{2013} = 5.74 \\ x_{2005} + x_{2013} = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1.17(1 - x_{2013}) + 7.66x_{2013} = 5.74 \\ x_{2005} = 1 - x_{2013} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{2013} \cong 70.42\% \\ x_{2005} \cong 29.58\% \end{cases}$$

3. $IA \geq IL$

$$IA = 29.58\% \times 20.93 + 70.42\% \times 11.36 \cong 14.19 > IL = 0.10.$$

As 3 condições anteriores são verificadas e portanto é possível constituir uma estratégia de imunização. A carteira de activos a constituir é a seguinte:

Obrigação	%	Investimento		VN
DBR 2005	29.58%	EUR 967,990.00	$\div (100.99\%+2.41\%)$	EUR 2,300,317.04
DBR 2013	70.42%	EUR <u>2,304,457.61</u>	$\div (97.17\%+3.01\%)$	EUR 936,160.54
		EUR3,272,447.62		

CASO 3

Considere ter estimado, hoje, a seguinte estrutura temporal de taxas de juro (de risco nulo):

Prazos:	0.5 anos	1 ano	1.5 anos	2 anos	3 anos	4 anos
Taxas:	2.5%	3%	3.5%	4%	4.5%	5%

Admita ainda estar somente interessado em transaccionar as obrigações do Tesouro descritas no quadro seguinte, com um cupão anual e cotadas em percentagem do par:

	Taxa de cupão	Maturidade	Cotação	Valor de equilíbrio ⁽¹⁾	Duration
OT-A	5%	1.5 anos	102.20%	104.66%	1.45
OT-B	4%	3 anos	98.70%	98.72%	2.88
OT-C	3%	1 ano	100.00%	100.00%	?

⁽¹⁾ Soma actualizada dos *cash flows* futuros.

- a) Imunize, via mercado obrigacionista, duas responsabilidades no valor de 1,000,000 euros cada, vencíveis a 1 e a 2 anos, respectivamente. Procure maximizar a diferença entre o valor de equilíbrio e o valor de mercado das obrigações a incluir na carteira.
- b) Considere o seguinte balanço (simplificado) de uma Instituição Financeira (a valores de mercado):

Activo			Passivo + Sit. líquida		
	Valor (milhões de contos)	Duração de Fisher-Weil (anos)		Valor (milhões de contos)	Duração de Fisher-Weil (anos)
Disp. à vista IC	100	0.05	Débitos IC	100	0.25
Outros Cred. IC	500	1	Depósitos	200	?
Empréstimos	100	9	Déb. Tit.	500	4
Tit. Rend. Fixo	300	3	Sit. Líquida	200	
total	1,000		total	1,000	

Determine a *duration* dos Depósitos associados ao Balanço acima apresentado, sabendo que o valor de mercado dos capitais próprios está imunizado face ao risco de taxa de juro.

