

CASO 1 (2x1.5=3 valores)

- a) Admita esperar, para a próxima 5^a-feira, uma nova descida das taxas de intervenção por parte do Banco Central Europeu. Que recomendação daria a um gestor de um Fundo de Obrigações?

Admitindo que tal descida ir-se-á propagar aos diversos prazos e que não é totalmente antecipada pelo mercado, dever-se-á aumentar a duração da carteira de obrigações por forma a potenciar o impacto positivo sobre o valor da carteira.

- b) Comente a seguinte afirmação e classifique-a como sendo verdadeira ou falsa: “A convexidade de uma obrigação é uma função crescente da sua taxa de cupão”.

A convexidade é uma média de “períodos vezes (períodos+1)” ponderada pelo valor actual dos diversos *cash flows*. O aumento do cupão tem um maior impacto sobre as maturidades mais curtas, via efeito de actualização. Assim, tender-se-á a atribuir maior peso relativo aos períodos mais curtos, o que implicará uma redução da convexidade. Afirmação falsa.

- c) Em que condições é possível afirmar que a escolha da composição óptima de activos com risco em nada depende do perfil de risco do investidor?

Desde que exista um activo sem risco. Nesse caso, a única carteira eficiente que é totalmente composta por activos com risco é dada pelo ponto de tangencia entre a fronteira eficiente global e a fronteira eficiente de Markowitz.

- d) Comente a seguinte afirmação e classifique-a como sendo verdadeira ou falsa: “Não faz sentido seleccionar uma carteira de acções cuja taxa de rentabilidade esperada está abaixo da fornecida pela *security market line*”.

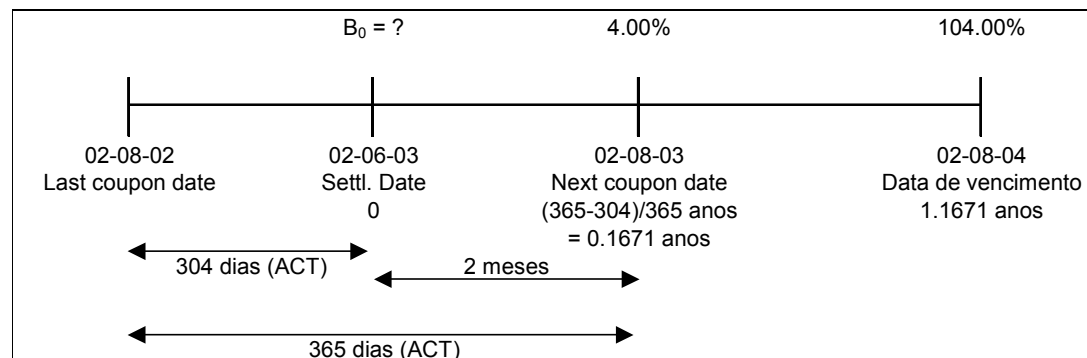
Afirmação verdadeira. Se a taxa de rentabilidade esperada está abaixo da fornecida pela *security market line* tal significa que a mesma é insuficiente para cobrir o respectivo nível de risco de mercado. Ou seja, mesmo que o risco específico tenha sido eliminado via diversificação ainda assim o restante risco (de mercado) não é convenientemente remunerado.

CASO 2 (12 valores)

a)

Settlement date = 28/05/03 + 5 dias de calendário = 02/06/03.

Pretende-se avaliar uma OT com os seguintes *cash flows* futuros:



Portanto,

$$B_0 = \frac{4\%}{[1+r(0,0.1671)]^{0.1671}} + \frac{104\%}{[1+r(0,1.1671)]^{1.1671}}$$

A taxa spot, sem risco, a 1.1671 anos pode ser obtida via interpolação linear:

$$r(0,1.1671) \approx 2\% + (3\% - 2\%) \times \frac{1.1671 - 1}{2 - 1} \cong 2.167\%.$$

A taxa spot, sem risco, a 0.1671 anos pode ser obtida via preço *mid* dos BTs a 2 meses:

$$\frac{99.70\% + 99.72\%}{2} = \frac{100\%}{[1+r(0,0.1671)]^{0.1671}} \Leftrightarrow r(0,0.1671) \cong 1.753\%.$$

Então:

$$B_0 = \frac{4\%}{[1+1.753\%]^{0.1671}} + \frac{104\%}{[1+2.167\%]^{1.1671}} \cong 105.42\%.$$

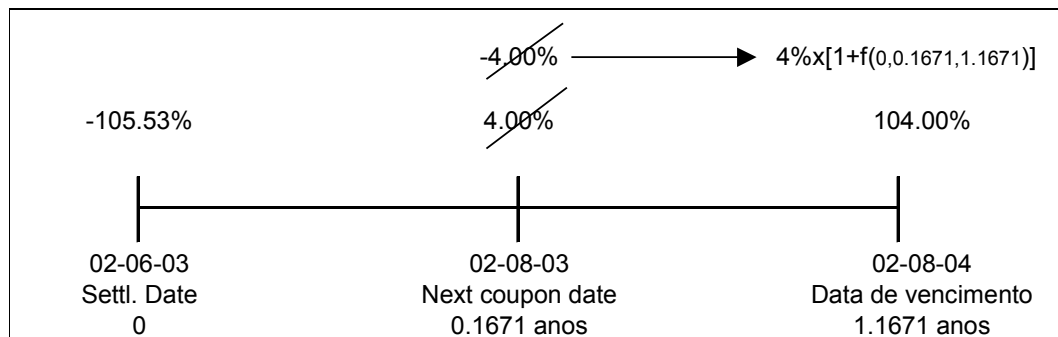
$$AI = 4\% \times \frac{304}{365} \cong 3.33\%.$$

Decisão:

$$VT_0^{\text{bid}} = 102.15\% + 3.33\% = 105.48\% > B_0 \Rightarrow \text{Vender};$$

$$VT_0^{\text{ask}} = 102.20\% + 3.33\% = 105.53\% > B_0 \Rightarrow \text{Não comprar}.$$

b)



Calculo da taxa *forward*:

$$(1 + 2.167\%)^{1.1671} = (1 + 1.753\%)^{0.1671} [1 + f(0, 0.1671, 1.1671)] \Leftrightarrow f(0, 0.1671, 1.1671) \cong 2.236\%$$

Calculo da TRR:

$$105.53\%(1 + \text{TRR})^{1.1671} = 104\% + 4\% \times (1 + 2.236\%) \Leftrightarrow \text{TRR} \cong 2.074\%$$

c)

Formula de calculo da YTM *ask*:

$$105.53\% = \frac{4\%}{[1 + \text{YTM}]^{0.1671}} + \frac{104\%}{[1 + \text{YTM}]^{1.1671}}$$

Fazendo YTM = 2.074%,

$$\frac{4\%}{[1 + 2.074\%]^{0.1671}} + \frac{104\%}{[1 + 2.074\%]^{1.1671}} \cong 105.52\% < 105.53\% \Rightarrow \text{YTM} < 2.074\%$$

d)

$$\text{DFW} = \frac{0.1671 \times \frac{4\%}{[1 + 1.753\%]^{0.1671}} + 1.1671 \times \frac{104\%}{[1 + 2.167\%]^{1.1671}}}{105.42\%} \cong 1.13$$

e)

Valor de equilibrio da carteira:

$$B_0^c = \text{EUR}1,000,000 \times 105.42\% + \text{EUR}200,000 \times 99.71\% \\ \cong \text{EUR}1,253,620.$$

Duração da carteira:

$$\text{DFW}^c = 1.13 \times \frac{\text{EUR}1,000,000 \times 105.42\%}{\text{EUR}1,253,620} + 0.1671 \times \frac{\text{EUR}200,000 \times 99.71\%}{\text{EUR}1,253,620}$$

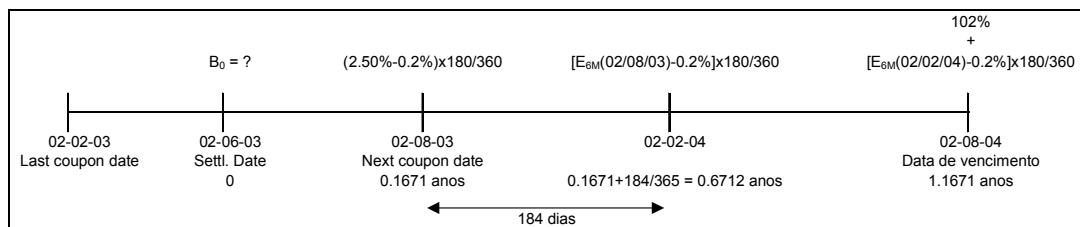
$$\text{DFW}^c = 1.13 \times 84.09\% + 0.1671 \times 15.91\% \cong 0.9768.$$

Portanto,

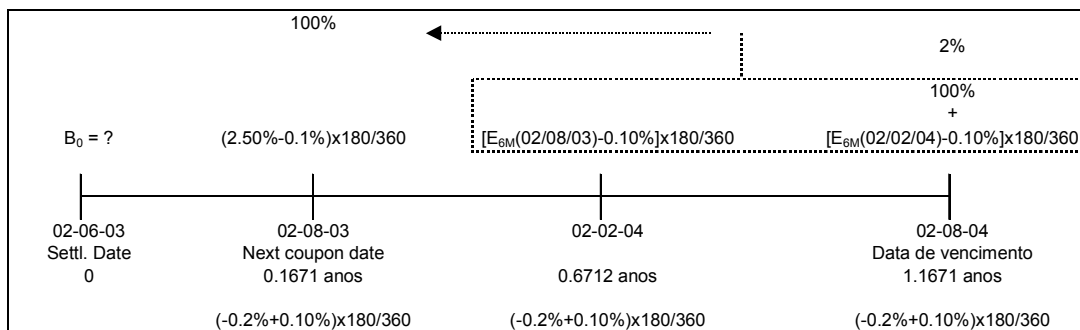
$$0.2\% \approx -0.9768 \times \frac{\Delta r(0,1)}{1+2\%} \Leftrightarrow \Delta r(0,1) \cong -0.21\%.$$

f)

Pretende-se avaliar uma FRN com os seguintes *cash flows* futuros:



Tal é equivalente a considerar a seguinte decomposição de *cash flows* futuros:



A taxa spot, sem risco, a 0.6712 anos pode ser obtida via interpolação linear:

$$r(0,0.6712) \approx 1.753\% + (2\% - 1.753\%) \times \frac{0.6712 - 0.1671}{1 - 0.1671} \cong 1.902\%.$$

Portanto,

$$\begin{aligned}
B_0 &= \frac{100\% + \frac{2.5\% - 0.10\%}{2}}{(1 + 1.753\%)^{0.1671}} \\
&+ \frac{-0.2\% + 0.10\%}{2} + \frac{-0.2\% + 0.10\%}{(1 + 1.902\%)^{0.6712}} + \frac{2\% + \frac{-0.2\% + 0.10\%}{2}}{(1 + 2.167\%)^{1.1671}} \\
&= 100.91\% - 0.15\% + 1.95\% = 102.71\%.
\end{aligned}$$

CASO 3 (6 valores)

a)

Aplicando a equação da SML às acções NEUR:

$$10\% = 2.5\% + 1.25 \times [E(r_M) - 2.5\%] \Rightarrow E(r_M) = 8.5\%$$

Aplicando a equação da SML às acções EUR:

$$5\% = 2.5\% + \beta \times [8.5\% - 2.5\%] \Rightarrow \beta = 0.417.$$

b)

Atendendo à actual composição da carteira,

$$E(r_p) = 4\% \times 0.4 + 5\% \times 0.3 + 10\% \times 0.2 + 2.5\% \times 0.1 \cong 5.35\%;$$

$$\sigma_p^2 = (0.4 \times 0.025)^2 + (0.3 \times 0.25)^2 + (0.2 \times 0.32)^2$$

$$\Leftrightarrow \sigma_p^2 = 0.009821 \Rightarrow \sigma_p \cong 9.91\%.$$

c)

Visto que a carteira do Fundo CPN integra o “activo sem risco” (a componente “liquidez” possui um desvio-padrão de rentabilidade igual a zero), a actual composição só é eficiente se estiver localizada sobre a fronteira eficiente global (ao invés da fronteira eficiente de Markowitz).

Para definir a fronteira eficiente global é necessário determinar a “carteira de tangência” T.

$$\text{Inclinação da fronteira eficiente global: } \frac{E(r_T) - 2.5\%}{\sigma_T}.$$

Inclinação da fronteira eficiente de Markowitz:

$$\left. \frac{\partial E(r_p)}{\partial \sigma_p} \right|_{p=T} = \left[\frac{2 \times 27.4620 E(r_p) - 2.2222}{2 \sqrt{27.4620 E(r_p)^2 - 2.2222 E(r_p) + 0.0456}} \right]_{p=T}^{-1}$$

Igualando as duas inclinações:

$$\left[\frac{2 \times 27.4620 E(r_p) - 2.2222}{2 \sqrt{27.4620 E(r_p)^2 - 2.2222 E(r_p) + 0.0456}} \right]_{p=T}^{-1} = \frac{E(r_T) - 0.025}{\sqrt{27.4620 E(r_T)^2 - 2.2222 E(r_T) + 0.0456}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{2[27.4620 E(r_T)^2 - 2.2222 E(r_T) + 0.0456]}{2 \times 27.4620 E(r_T) - 2.2222} = E(r_T) - 0.025$$

$$\Leftrightarrow 2[27.4620 E(r_T)^2 - 2.2222 E(r_T) + 0.0456] \\ = 2 \times 27.4620 E(r_T)^2 - 2 \times 27.4620 \times 0.025 E(r_T) - 2.2222 E(r_T) + 2.2222 \times 0.025$$

$$\Leftrightarrow E(r_T) = \frac{2.2222 \times 0.025 - 2 \times 0.0456}{-2.2222 + 2 \times 27.4620 \times 0.025} \cong 4.198\%$$

Portanto,

$$\sigma_T = \sqrt{27.4620 \times (0.04198)^2 - 2.2222 \times 0.04198 + 0.0456} \cong 2.662\%$$

Equação da fronteira eficiente global:

$$E(r_p) = 2.5\% + \frac{4.198\% - 2.5\%}{2.662\%} \sigma_p$$

Assim, a actual composição só é eficiente sse a anterior equação for verificada:

$$5.35\% = 2.5\% + \frac{4.198\% - 2.5\%}{2.662\%} \times 9.91\%$$

$$\Leftrightarrow 5.35\% = 8.821\% \Leftrightarrow \text{false.}$$

Visto a anterior proposição ser falsa, conclui-se que a actual composição é ineficiente. De facto, para igual nível de risco (9.91%) é possível obter um maior nível de rentabilidade esperada (8.821% > 5.35%).

d)

O objectivo é constituir uma combinação entre liquidez e carteira “T” com rentabilidade esperada igual a 8.821%:

$$\begin{cases} 4.198\%w_T + 2.5\%w_f = 8.821\% \\ w_T + w_f = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4.198\%w_T + 2.5\%(1 - w_T) = 8.821\% \\ w_f = 1 - w_T \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} w_T = \frac{8.821\% - 2.5\%}{4.198\% - 2.5\%} \cong 372.26\% \\ w_f = 1 - 3.7226 = -272.26\% \end{cases}$$

Para o efeito, é necessário contrair um financiamento no valor de 272.26% da carteira e investir 372.26% na carteira de tangência.