ISCTE – Licenciatura de Finanças
Investimentos 2001-2002
Frequência - Resolução
24/06/2002 **Duração: 2.5h + 0.5h**

<u>CASO 1</u> (2x1.5=3 valores)

a) Comente a seguinte afirmação e classifique-a como sendo verdadeira ou falsa: "Se as taxas *spot* futuras fossem sempre iguais às actuais taxas de juro *forward*, a imunização de uma responsabilidade futura em nada dependeria da *duration* dos activos".

Afirmação verdadeira. Caso as taxas *spot* futuras fossem sempre iguais às actuais taxas de juro *forward*, o valor futuro da carteira seria sempre igual ao seu valor actual capitalizado à actual taxa spot para o vencimento da responsabilidade.

b) Que factores podem justificar o afastamento da taxa de rentabilidade gerada por uma acção relativamente ao valor fornecido pela *security market line*?

i) A existência de risco específico;
ii) A não concretização da taxa de rentabilidade esperada para o mercado; ou
iii) A alteração do beta da acção.

c) Admita existirem Bilhetes do Tesouro a 1 e 2 anos, cotados a 97.09% e 93.35%, respectivamente. Formule uma estratégia de arbitragem sabendo que uma Obrigação do Tesouro com vencimento a 2 anos e cupão anual de 4% está actualmente cotada a 101.50%.

Valor de equilíbrio da OT: 4% x 0.9709 + 104% x 0.9335 = 100.97% < 101.50%

Estratégia de arbitragem:

	Cash flows iniciais
Comprar BT a 1 ano com VN = 4%	-4% x 0.9709
Comprar BT a 2 anos com VN = 104%	-104% x 0.9335
Vender OT	101.50%
Ganho de arbitragem =	101.50% - 100.97%

d) Comente a seguinte afirmação e classifique-a como sendo verdadeira ou falsa: "O modelo de Gordon não considera eventuais mais-valias como sendo uma componente do valor da acção".

Afirmação falsa. Uma vez que o preço da acção pode, em qualquer monento, ser expresso como o valor actual dos dividendos futuros, os ganhos de capital são captados também via dividendos.

<u>CASO 2</u> (7 valores)

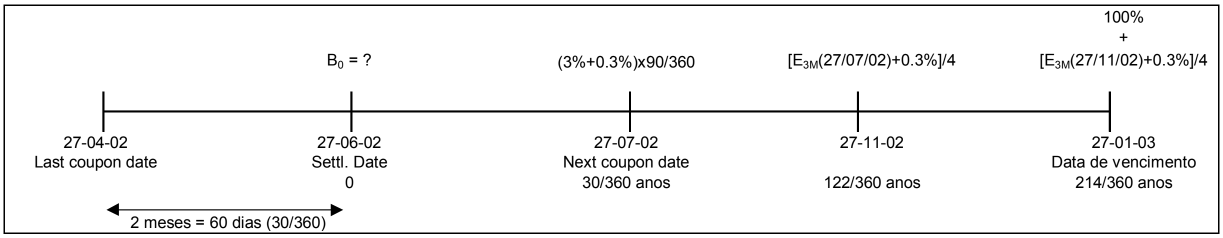
a)

Settlement date = 24/06/02 + 3 dias de calendário = 27/06/02.

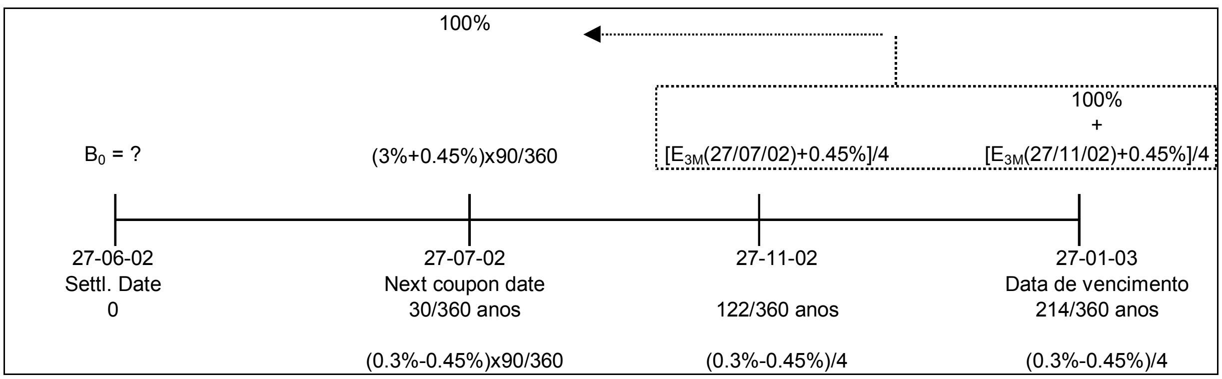
Taxa do próximo cupão = 3.3% $\Rightarrow$ Euribor a 3 meses no dia 27/04/2002 = 3.3%-0.3% = 3%.

Credit spread entre AA (S&P) e mercado interbancário = 0.60% - 0.15% = 0.45%.

Pretende-se avaliar uma FRN com os seguintes *cash flows* futuros:



Tal é equivalente a considerar a seguinte decomposição de *cash flows* futuros:



$$B_0 = \frac{100\% + \dfrac{3\% + 0.45\%}{4}}{1 + (3.25\% + 0.45\%) \times \dfrac{30}{360}}$$

$$+ \frac{\dfrac{0.3\% - 0.45\%}{4}}{1 + (3.25\% + 0.45\%) \times \dfrac{30}{360}} + \frac{\dfrac{0.3\% - 0.45\%}{4}}{1 + (3.5\% + 0.45\%) \times \dfrac{122}{360}} + \frac{\dfrac{0.3\% - 0.45\%}{4}}{1 + (3.75\% + 0.45\%) \times \dfrac{214}{360}}$$

$$= 100.55\% - 0.11\% = 100.44\%.$$

$$AI = \frac{3.3\%}{4} \times \frac{60}{90} \cong 0.55\%.$$

Decisão:

$$VT_0^{bid} = 99.90\% + 0.55\% = 100.45\% > B_0 \Rightarrow \text{ Vender;}$$

$$VT_0^{ask} = 99.95\% + 0.55\% = 100.50\% > B_0 \Rightarrow \text{ Não comprar.}$$

b)

DFW

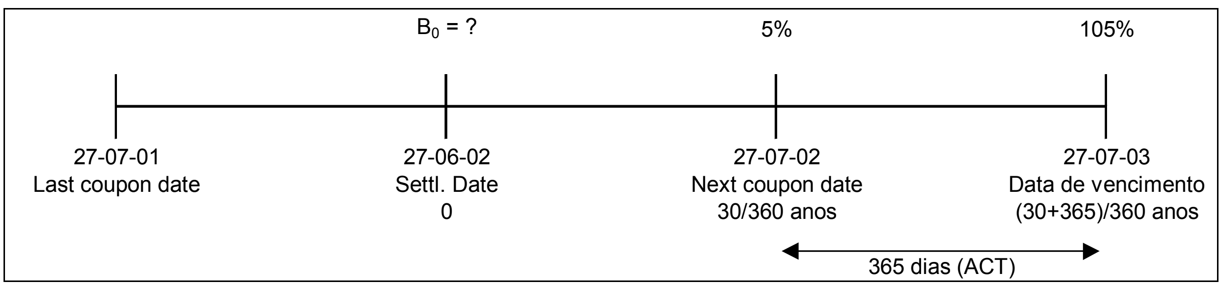
$$= \frac{\frac{30}{360} \times \frac{100\% + \frac{3\% + 0.3\%}{4}}{1 + (3.25\% + 0.45\%) \times \frac{30}{360}} + \frac{122}{360} \times \frac{\frac{0.3\% - 0.45\%}{4}}{1 + (3.5\% + 0.45\%) \times \frac{122}{360}} + \frac{214}{360} \times \frac{\frac{0.3\% - 0.45\%}{4}}{1 + (3.75\% + 0.45\%) \times \frac{214}{360}}}{100.44\%}$$

$$= 0.083 \quad \text{anos}$$

$$\Delta\% B_0 \approx -0.083 \times \frac{0.25\%}{1 + 3.25\%} \cong -0.02\%.$$

c)

Settlement date = 19/06/01 + 3 dias de calendário = 22/06/01.



Portanto,

$$B_0 = \frac{5\%}{1 + (3.25\% - 0.15\%) \times \frac{30}{360}} + \frac{105\%}{\left[1 + r\left(0, \frac{395}{360}\right)\right]^{\frac{395}{360}}}$$

A taxa spot, sem risco, em falta pode ser obtida via interpolação linear:

$$r\left(0, \frac{395}{360}\right) \approx (4\% - 0.15\%) + (5\% - 4\%) \times \frac{395 - 365}{731 - 365} \cong 3.932\%.$$

Então:

$$B_0 = \frac{5\%}{1 + (3.25\% - 0.15\%) \times \frac{30}{360}} + \frac{105\%}{[1 + 3.932\%]^{\frac{395}{360}}} \cong 105.64\%.$$

d)

$$\text{ytm}^{ask} = 3.95\% \Rightarrow VT_0^{ask} = \frac{5\%}{(1+3.95\%)^{\frac{30}{360}}} + \frac{105\%}{[1+3.95\%]^{\frac{395}{360}}} \cong 105.61\% < 105.64\% \Rightarrow$$

Comprar.

<u>CASO 3</u> (6 valores)

a)

$$\underset{E(r_p)}{\text{MIN}}\, \sigma_p^2 = 2.8403E(r_p)^2 - 0.1854E(r_p) + 0.0039$$

Condição de 1ª ordem:

$$\frac{d\sigma_p^2}{dE(r_p)} = 2\times 2.8403E(r_p) - 0.1854 = 0 \Leftrightarrow E(r_{mvp}) \cong 3.26\%.$$

Condição de 2ª ordem:

$$\frac{d^2\sigma_p^2}{dE(r_p)^2} = 2\times 2.8403 > 0.$$

Portanto,

$$\sigma_{mvp} = \sqrt{2.8403\times(0.0326)^2 - 0.1854\times 0.0326 + 0.0039} \cong 2.924\%.$$

b)

Atendendo à actual composição da carteira,

$$E(r_p) = 3\%\times 0.2242 + 15\%\times 0.7449 + 5\%\times 0.0309 \cong 12\% > 3.26\%;$$

$$\sigma_p^2 = (0.2242\times 0.03)^2 + (0.7449\times 0.2)^2 + (0.0309\times 0.15)^2 + 2\times 0.7449\times 0.0309\times 0.2\times 0.15\times 0.2$$

$$\Leftrightarrow \sigma_p^2 = 0.02254 \Rightarrow \sigma_p \cong 15.013\%.$$

A actual composição é eficiente sse a sua rentabilidade esperada e desvio-padrão obedecerem à equação da *portfolio frontier* e estiverem "acima" da *minimum variance portfolio*.

$$\begin{aligned}\sigma_p^2 &= 2.8403\times(0.12)^2 - 0.1854\times 0.12 + 0.0039\\ &\cong 0.226\end{aligned}$$

A actual composição da carteira é eficiente.

c)

Para que a actual composição seja óptima é necessário que solucione o seguinte problema de optimização:

$$\underset{\{E(r_p),\sigma_p^2\}}{\text{MAX}} \quad U \equiv E(r_p) - \frac{A}{2}\sigma_p^2$$

Sujeito a

$$2.8403E(r_p)^2 - 0.1854E(r_p) + 0.0039 - \sigma_p^2 = 0$$

e

$$E(r_p) \geq 3.26\% \text{ (verificado, pois } E(r_p) = 12\%\text{)}$$

$$\Updownarrow$$

$$\underset{\{E(r_p),\sigma_p^2,\lambda\}}{\text{MAX}} \quad L \equiv \left[E(r_p) - \frac{A}{2}\sigma_p^2\right] + \lambda\left[2.8403E(r_p)^2 - 0.1854E(r_p) + 0.0039 - \sigma_p^2\right]$$

Condições de primeira ordem:

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma_p^2} = 0 \Leftrightarrow -\frac{A}{2} + \lambda[-1] = 0 \Leftrightarrow \lambda = -\frac{A}{2}$$

$$\frac{\partial L}{\partial E(r_p)} = 0 \Leftrightarrow 1 + \lambda[2\times 2.8403E(r_p) - 0.1854] = 0$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{A}{2}[2\times 2.8403E(r_p) - 0.1854] = 0$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{A}{2}[2\times 2.8403\times 12\% - 0.1854] = 0 \Leftrightarrow A \cong 4.03.$$

d)

$$IS_{ACN} = \frac{12\% - 2.5\%}{15.013\%} \cong 0.63.$$

$$IS_{FTSE} = \frac{10\% - 2.5\%}{16\%} \cong 0.47.$$

Visto que $IS_{ACN} > IS_{FTSE}$, o Fundo ACN consegue “bater” o mercado.

<u>CASO 4</u> (4 valores)

a)

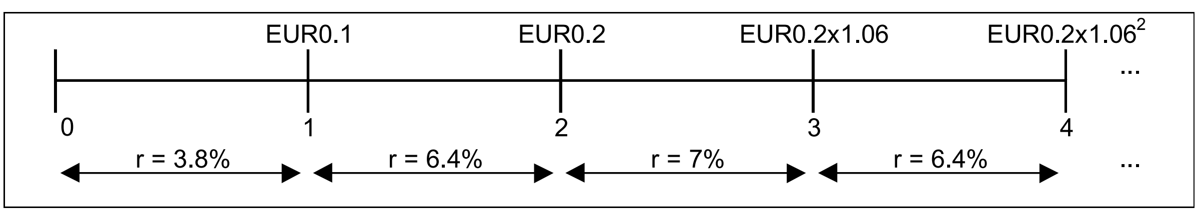
Taxas de juro sem risco:

- $r_f(0,1) = 3\%$
- $r_f(1,2)$: $(1+3.5\%)^2 = (1+3\%)[1+r_f(1,2)] \Rightarrow r_f(1,2) \cong 4\%$
- $r_f(2,3)$: $(1+4\%)^3 = (1+3.5\%)^2[1+r_f(2,3)] \Rightarrow r_f(2,3) \cong 5\%$
- A partir do 3º ano e segs.: $r_f = 4\%$

Taxas de rentabilidade a exigir para a acção (via SML):

- $r(0,1) = 3\% + (5\% - 3\%) \times 0.4 = 3.8\%$
- $r(1,2) = 4\% + (10\% - 4\%) \times 0.4 = 6.4\%$
- $r(2,3) = 5\% + (10\% - 5\%) \times 0.4 = 7\%$
- A partir do 3º ano e segs.: $r = 4\% + (10\% - 4\%) \times 0.4 = 6.4\%$

Cash flows futuros:



Portanto,

$$P_0 = \frac{0.1}{1+3.8\%} + \frac{0.2}{(1+3.8\%)(1+6.4\%)} + \frac{0.2 \times 1.06}{(1+3.8\%)(1+6.4\%)(1+7\%)} + \frac{\frac{0.2 \times (1.06)^2}{6.4\% - 6\%}}{(1+3.8\%)(1+6.4\%)(1+7\%)}$$
$$\cong \text{EUR}48$$

b)

$$(0.18)^2 = (0.4 \times 0.2)^2 + \sigma_\varepsilon^2 \Rightarrow \sigma_\varepsilon \cong 16.125\%$$

c)

$$\beta = \frac{\sigma_{SLB}\sigma_{PSI}\rho_{SLB,PSI}}{\sigma_{PSI}^2} \Leftrightarrow 0.4 = \frac{0.18 \times \rho_{SLB,PSI}}{0.2} \Rightarrow \rho_{SLB,PSI} \cong 0.44.$$