ISCTE – Licenciatura de Finanças
***Investimentos* 2003-2004 – Frequência**
Resolução
05/06/2006 **Duração: 2.5h**

CASO 1

1. Comente a seguinte afirmação e classifique-a como sendo verdadeira ou falsa: "A taxa de rentabilidade a exigir para uma carteira de acções completamente diversificada pode ser calculada via *Capital Market Line* ou via *Security Market Line*".

Afirmação verdadeira.

Via SML:
$$E^{SML}(r_p) = r_f + [E(r_M) - r_f] \times \beta_p$$

Via CML:
$$E^{CML}(r_p) = r_f + [E(r_M) - r_f] \times \frac{\sigma_p}{\sigma_M}$$

Visto tratar-se de uma carteira completamente diversificada, então $\sigma_p = \beta_p \sigma_M$ e portanto:

$$E^{CML}(r_p) = r_f + [E(r_M) - r_f] \times \frac{\beta_p \sigma_M}{\sigma_M} = E^{SML}(r_p)$$

2. Comente a seguinte afirmação e classifique-a como sendo verdadeira ou falsa: "A duração de uma obrigação a taxa variável é não superior ao tempo em falta para o vencimento do próximo cupão".

Afirmação falsa. A duração de uma FRN "pura" corresponde ao tempo em falta para o vencimento do próximo cupão. Em qualquer outra situação, a duração da FRN também depende (em menor escala) do tempo em falta para o vencimento dos cupões seguintes. Caso a obrigação pague um spread superior ao credit spread de equilíbrio, a sua duração será superior ao tempo em falta para o vencimento do próximo cupão.

3. A obrigação de divida privada e de cupão zero EVN possui rating BBB (S&P), vencimento a 1 ano e valor de cotação igual a 96.15%. Identifique o *credit spread* da obrigação EVN face ao Tesouro, sabendo que o mercado transacciona Bilhetes do Tesouro a 1 ano com um valor de cotação igual a 97.09%.

Taxa spot sem risco a 1 ano:

$$97.09\% = \frac{100\%}{1 + r(0,1)} \Leftrightarrow r(0,1) \cong 3\%.$$

Taxa spot com risco BBB (S&P) a 1 ano:

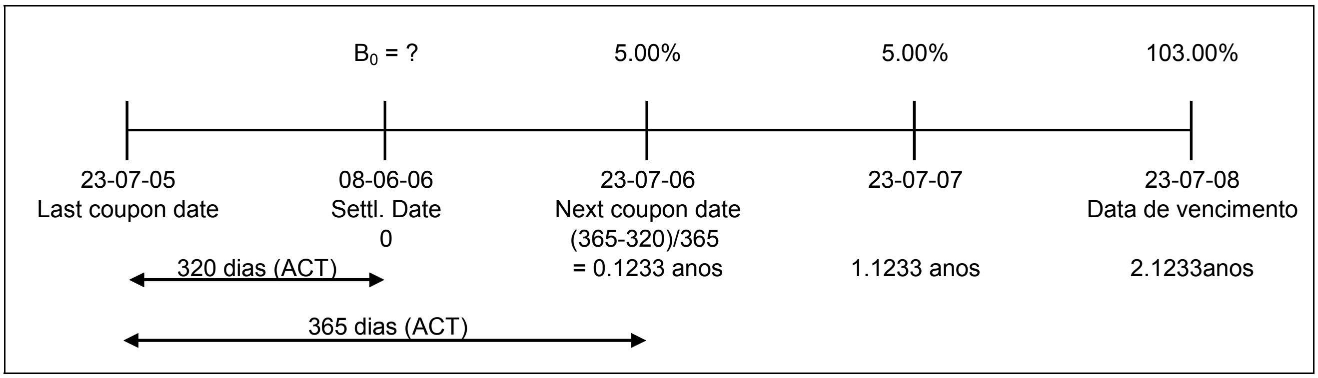
$$96.15\% = \frac{100\%}{1 + R(0,1)} \Leftrightarrow R(0,1) \cong 4\%.$$

Credit spread da obrigação EVN face ao Tesouro = 4% - 3% = 1%.

CASO 2

a)

Settlement date = 05/06/06 + 3 dias de calendário = 08/06/06.



Portanto,

$$B_0 = \frac{5\%}{[1 + r(0,0.1233)]^{0.1233}} + \frac{5\%}{[1 + r(0,1.1233)]^{1.1233}} + \frac{98\% + 5\%}{[1 + r(0,2.1233)]^{2.1233}}.$$

As taxa spot, sem risco, podem ser obtidas via extrapolação e interpolação linear:

$$r(0,0.1233) \approx 3\% + (3.5\% - 3\%) \times \frac{0.1233 - 1}{2 - 1} \cong 2.562\%;$$

$$r(0,1.1233) \approx 3\% + (3.5\% - 3\%) \times \frac{1.1233 - 1}{2 - 1} \cong 3.062\%; \text{e}$$

$$r(0,2.1233) \approx 3.5\% + (4\% - 3.5\%) \times \frac{2.1233 - 1}{2 - 1} \cong 3.562\%.$$

Então:

$$B_0 = \frac{5\%}{[1 + 2.562\%]^{0.1233}} + \frac{5\%}{[1 + 3.062\%]^{1.1233}} + \frac{98\% + 5\%}{[1 + 3.562\%]^{2.1233}} \cong 105.44\%.$$

$$AI = 5\% \times \frac{320}{365} \cong 4.38\%.$$

$$VT_0^{bid} = 101.10\% + 4.38\% = 105.48\% > B_0 \Rightarrow \text{ Vender.}$$

$$VT_0^{ask} = 101.20\% + 4.38\% = 105.58\% > B_0 \Rightarrow \text{ Não comprar.}$$

b)

$$B_{23/07/07} = \frac{103\%}{\left[1 + r(1.1233, 2.1233)\right]^1}.$$

Considerando que as taxas de juro irão evoluir de acordo com as actuais expectativas do mercado:

$$B_{23/07/07} = \frac{103\%}{\left[1 + f(0, 1.1233, 2.1233)\right]^1}.$$

$f(0,1.1233,2.1233)$:

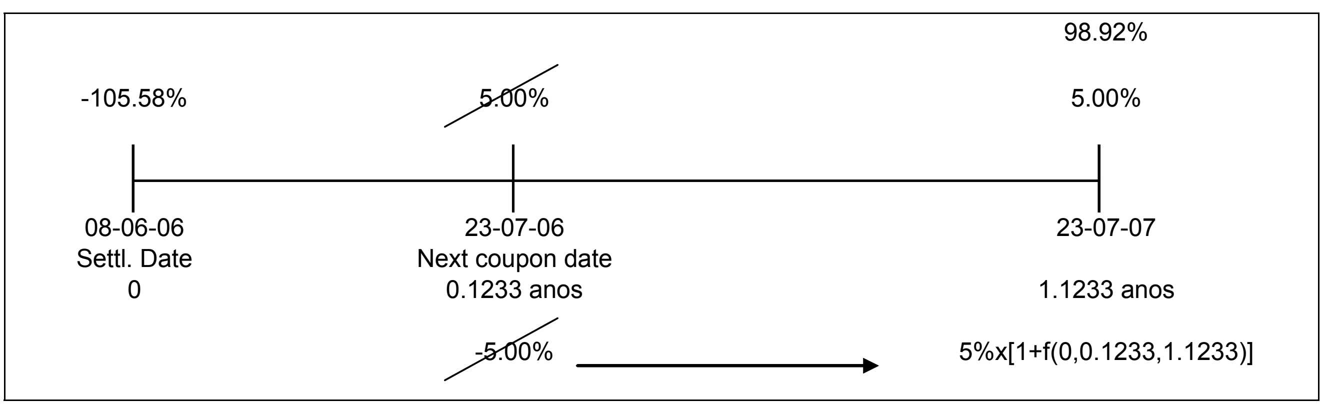
$$(1 + 3.562\%)^{2.1233} = (1 + 3.062\%)^{1.1233} \times \left[1 + f(0, 1.1233, 2.1233)\right]^1 \Rightarrow f(0, 1.1233, 2.1233) \cong 4.127\%.$$

Portanto,

$$B_{23/07/07} = \frac{103\%}{\left[1 + 4.127\%\right]^1} \cong 98.92\%.$$

c)

Admitindo que as futuras taxas *spot* irão ser iguais às actuais taxas *forward*,



$f(0,0.1233,1.1233)$:

$$\left(1+3.062\%\right)^{1.1233}=\left(1+2.562\%\right)^{0.1233}\times\left[1+f\left(0,0.1233,1.1233\right)\right]^{1}\Rightarrow f\left(0,0.1233,1.1233\right)\cong 3.124\%.$$

Portanto, TRR:

$$105.58\%\times\left(1+TRR\right)^{1.1233}=98.92\%+5\%+5\%\times\left(1+3.124\%\right)\Rightarrow TRR\cong 2.942\%.$$

d)

A TRR obtida na alínea anterior (2.942%) é inferior à taxa spot a 1.1233 anos (3.062%) dado estarmos a comprar a obrigação acima do respectivo fair value ($105.58\% > B_0 = 105.44\%$).

e)

$$\lambda=\frac{0.10\%}{1+3\%}\cong 0.097\%.$$

$$\Delta\% B_0^c \approx -DFW^c\cdot\lambda+\frac{1}{2}\cdot CFW^c\cdot\lambda^2$$

OT 5% 23/07/08:

$$DFW=\frac{0.1233\times\dfrac{5\%}{\left[1+2.562\%\right]^{0.1233}}+1.1233\times\dfrac{5\%}{\left[1+3.062\%\right]^{1.1233}}+2.1233\times\dfrac{98\%+5\%}{\left[1+3.562\%\right]^{2.1233}}}{105.44\%}\cong 1.9829.$$

$$CFW=\frac{1}{105.44\%}\left[0.1233\times1.1233\times\frac{5\%}{\left[1+2.562\%\right]^{0.1233}}+1.1233\times2.1233\times\frac{5\%}{\left[1+3.062\%\right]^{1.1233}}\right.$$

$$\left.+2.1233\times3.1233\times\frac{98\%+5\%}{\left[1+3.562\%\right]^{2.1233}}\right]\cong 6.13.$$

Portanto,

$$DFW^c=1.9829\times\frac{€1M\times105.44\%}{€1M\times105.44\%+€2.5M}+8\times\frac{€2.5M}{€1M\times105.44\%+€2.5M}$$

$$=1.9829\times29.66\%+8\times70.34\%\cong 6.2153.$$

$$CFW^c=6.13\times29.66\%+43.5\times70.34\%\cong 32.4161.$$

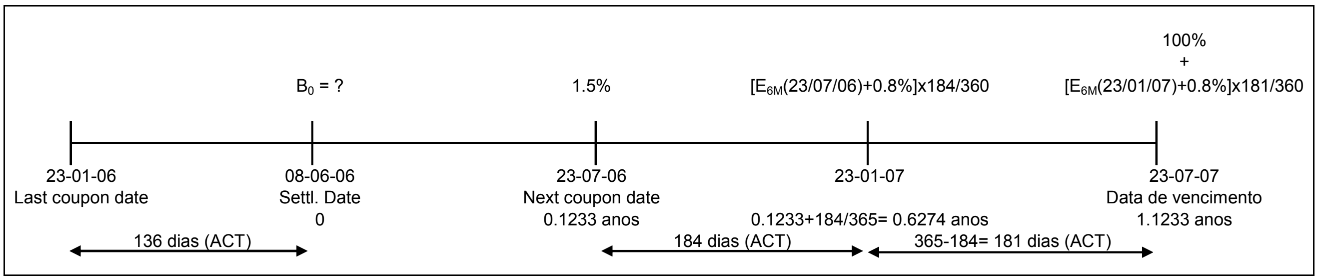
Em suma,

$$\Delta\% B_0^c \approx -6.2153 \times 0.097\% + \frac{1}{2} \times 32.4161 \times (0.097\%)^2 \cong -0.6014\%.$$

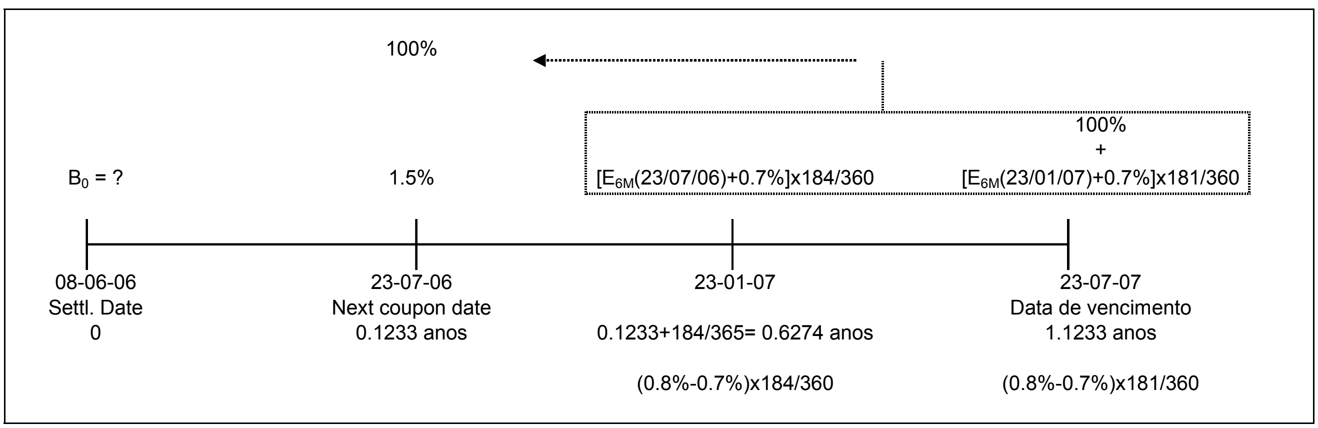
É expectável que o valor da carteira desça cerca de 60 *basis points*.

f)

Pretende-se avaliar uma FRN com os seguintes *cash flows* futuros:



Tal é equivalente a considerar a seguinte decomposição de *cash flows* futuros:



Credit spread A – Mercado monetário = 0.80% - 0.10% = 0.70%.

Taxa spot sem risco:

$$r(0{,}0.6274) \approx 3\% + (3.5\% - 3\%) \times \frac{0.6274 - 1}{2 - 1} \cong 2.814\%;$$

Portanto,

$$B_0 = \frac{100\% + 1.5\%}{(1 + 2.562\% + 0.80\%)^{0.1233}}$$

$$+ \frac{(0.8\% - 0.7\%) \times \frac{184}{360}}{(1 + 2.814\% + 0.80\%)^{0.6274}} + \frac{(0.8\% - 0.7\%) \times \frac{181}{360}}{(1 + 3.062\% + 0.8\%)^{1.1233}}$$

$$= 101.19\%.$$

CASO 3

a)

$$E(r_p) = 3\% \times 0.5 + 20\% \times 0.2 + 15\% \times 0.2 + 2\% \times 0.1 \cong 8.7\%.$$

$$\begin{aligned}\sigma_p^2 &= (0.5)^2 \times (0.03)^2 + (0.2)^2 \times (0.3)^2 + (0.2)^2 \times (0.15)^2 \\ &+ 2 \times 0.5 \times 0.2 \times 0.03 \times 0.3 \times (-0.3) + 2 \times 0.5 \times 0.2 \times 0.03 \times 0.1 \times 0.5 \\ &+ 2 \times 0.2 \times 0.2 \times 0.3 \times 0.1 \times (-0.1) \\ &\cong 0.0037\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \sigma_p \cong 6.083\%.$$

b)

Visto que a carteira em análise para o Fundo MPN integra o "activo sem risco", a actual composição só é eficiente se estiver localizada sobre a fronteira eficiente Global. I.e. sse:

$$E(r_p) = 2\% + \frac{7.482\% - 2\%}{4.092\%} \sigma_p$$

$$8.7\% = 2\% + \frac{7.482\% - 2\%}{4.092\%} \times 8.161\% \Leftrightarrow 8.7\% = 12.933\%.$$

Proposição falsa.

Trata-se, portanto, de uma carteira não eficiente.

c)

$$\underset{E(r_p), \sigma_p}{MAX}\, U_p = \exp\left[E(r_p) - 4\sigma_p^2\right]$$

Sujeito a

$$E(r_p) = 2\% + \frac{7.482\% - 2\%}{4.092\%}\sigma_p$$

Tal é equivalente a resolver o seguinte problema de optimização sem restrições:

$$\underset{E(r_p),\sigma_p,\lambda}{MAX}\ L = \exp\left[E(r_p) - 4\sigma_p^2\right] + \lambda\left[E(r_p) - 0.02 - 1.3397\sigma_p\right]$$

Condições de 1ª ordem:

$$\frac{\partial L}{\partial E(r_p)} = 0 \Leftrightarrow \exp\left[E(r_p) - 4\sigma_p^2\right] + \lambda \times 1 = 0 \Leftrightarrow \lambda = -\exp\left[E(r_p) - 4\sigma_p^2\right]$$

$$\frac{\partial L}{\partial \sigma_p} = 0 \Leftrightarrow -8\sigma_p \times \exp\left[E(r_p) - 4\sigma_p^2\right] - 1.3397 \times \lambda = 0$$

$$\underset{\lambda = -\exp\left[E(r_p) - 4\sigma_p^2\right]}{\Rightarrow} 1.3397 - 8\sigma_p = 0 \Leftrightarrow \sigma_p \cong 16.746\%$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 0 \Leftrightarrow E(r_p) - 0.02 - 1.3397\sigma_p = 0$$

$$\underset{\sigma_p \cong 3.94\%}{\Rightarrow} E(r_p) = 0.02 + 1.3397 \times 16.746\% \Leftrightarrow E(r_p) \cong 24.435\%.$$

Visto a carteira óptima possuir uma taxa de rentabilidade esperada igual a 24.435% % e a mesma consistir numa combinação linear entre a carteira de tangencia e o activo sem risco, então o peso relativo a investir na componente liquidez (w_f) deverá ser tal que:

$$\begin{cases} 7.482\% w_T + 2\% w_f = 24.435\% \\ w_T + w_f = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7.482\% w_T + 2\%(1 - w_T) = 24.435\% \\ w_f = 1 - w_T \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} w_T \cong 409.25\% \\ w_f \cong -309.25\% \end{cases}$$

Ou seja, dever-se-á financiar 309.25% dos recursos disponíveis à taxa de 2% ao ano.

d)

$$IT_{GN} = \frac{15\% - 2\%}{\beta_{GN}}$$

$$\beta_{GN} = \frac{\sigma_{GN,M}}{\sigma_M^2} = \frac{\sigma_{GN}\sigma_M\rho_{GN,M}}{\sigma_M^2} = \frac{\sigma_{GN}\rho_{GN,M}}{\sigma_M}$$

Visto que $\sigma_{GN} = \sqrt{\beta_{GN} \times (0.3)^2 + (0.05)^2}$, então:

$$\beta_{GN} = \frac{\sqrt{\beta_{GN} \times (0.3)^2 + (0.05)^2} \times 0.6}{0.3}$$

$$\Rightarrow 0.25\beta_{GN}^2 = 0.09\beta_{GN} + 0.0025$$

$$\Leftrightarrow 0.25\beta_{GN}^2 - 0.09\beta_{GN} - 0.0025 = 0$$

$$\Leftrightarrow \beta_{GN} = \frac{0.09 \pm \sqrt{(0.09)^2 - 4 \times 0.25 \times (-0.0025)}}{2 \times 0.25}$$

$$\Leftrightarrow \beta_{GN} = 0.386 \vee \beta_{GN} = -0.026$$

Dado não fazer sentido ter um beta negativo,

$$IT_{GN} = \frac{15\% - 2\%}{0.386} \cong 0.337.$$